

文章编号:1005—0523(2005)04—0113—04

抛物线过渡的并联机器人线性轨迹规划

方菲¹,刘平安²

(1. 吉林省畜牧业学校, 吉林 白城 137000; 2. 华东交通大学 机电工程学院, 江西 南昌 330013)

摘要:针对并联机器人工作空间较小, 轨迹规划时易于超出工作空间范围这一不足, 提出了应用直线两端加抛物线过渡实现位置和速度连续的轨迹规划方法. 并通过实例和图线比较得出该方法更适合于并联机器人这类小工作空间运动规划的结论. 最后说明了该方法的可靠性.

关键词:并联机器人; 轨迹规划; 工作空间

中图分类号:TP242

文献标识码:A

1 问题的提出及原因分析

机器人的轨迹规划常用的方法有五次曲线、双三次曲线、三次曲线和直线两端加抛物线过渡等方法^[1]. 根据边界条件与待求系数相等的关系, 五次曲线可以实现运动的始末位置、速度和加速度的连续, 运动平稳性好; 双三次曲线可以在运动中通过规定的路径点, 并保证其三点的位置、速度连续; 三次曲线可以实现始末位置和速度的连续. 故传统观点认为规划曲线幂次越高运动性能越好, 但是对于并联机器人来说由于其空间相对串联机器人要小得多^[2], 其运动轨迹很容易超出工作空间, 常常无法按规划路径到达目标位置, 所以很难实现要求的运动. 而且在行程中加速度为时间的函数增加了动载荷. 以及由于幂次高的原因使计算量增大并且运动精度对计算误差的影响变得敏感.

假定并联机器人PTP(point to point 即点对点操作)轨迹规划时, 两端点连成的直线仍在空间内, 在任务描述时这一点并不难做到. 当运动轨迹偏离直线越远时, 轨迹超出工作空间的可能性便越大. 所

以, 防止轨迹超出工作空间的最简单办法就是尽量使规划出的运动轨迹靠近两端点连成的直线. 但采用直线轨迹时将会在两端点处产生无穷大的加速度, 于是通过在两端点处加抛物线过渡的直线轨迹来克服这一不足. 所以对于并联机器人来说, 这一方法正符合既能使运动始末位置和速度连续又不容易超出工作空间, 而且不产生过大的加速度或使加速度恒定的要求.

2 应用直线两端加抛物线过渡实现位置和速度连续的轨迹规划

设末端操作器从起点 X_0 到终点 X_f , 速度分别为 V_0 和 V_f , 经历时间为 t_f , 采用两端为抛物线过渡的线性轨迹实现这一运动过程, 且设两段抛物线各占总时长 t_f 的 $1/n$ (n 为正整数), 令 $t_b = t_f/n$, 对应位移均为 X_b , 线性段速度为 V , X_b 、 V 均为未定参数, 除时间 t 以外, 所有变量和待定系数均为 $m \times 1$ 的向量, m 为空间维数. 规划如下:

1°、三时段分别为抛物线、直线和抛物线, 方程如下表 1.

收稿日期:2005—03—15

作者简介:方菲(1968—), 女, 吉林通化人, 吉林省畜牧业学校讲师.

表 1 三时段的位移、速度、加速度方程(A_i, B_i, C_i 为待求系数)

时 段	位 移	速 度	加 速 度
$t = 0 \sim t_b$	$X_1(t) = C_0 + C_1t + C_2t^2$	$\dot{X}_1(t) = C_1 + 2C_2t$	$\ddot{X}_1(t) = 2C_2$
$t = t_b \sim (t_f - t_b)$	$X_2(t) = B_0 + B_1t$	$\dot{X}_2(t) = B_1$	$\ddot{X}_2(t) = 0$
$t = (t_f - t_b) \sim t_f$	$X_3(t) = A_0 + A_1t + A_2t^2$	$\dot{X}_3(t) = A_1 + 2A_2t$	$\ddot{X}_3(t) = 2A_2$

2°、按四个边界点(起始点、终止点和两连接点) 位移和速度连续关系,有八个边界条件,如下表 2.

表 2 三时段的边界条件

时间	位移连续条件	速度连续条件
$t = 0$	$X_1(0) = C_0 = X_0$	$\dot{X}_1(0) = C_1 = V_0$
$t = t_b$	由 $X_2(t_b) = X_1(t_b)$ 得 $B_0 + B_1t_b = C_0 + C_1t_b + C_2t_b^2 = X_b$	由 $\dot{X}_2(t_b) = \dot{X}_1(t_b)$ 得 $B_1 = C_1 + 2C_2t_b = V$
$t = t_f - t_b$	由 $X_3(t_f - t_b) = X_2(t_f - t_b)$, 得到 $A_0 + A_1(t_f - t_b) + A_2(t_f - t_b)^2 = B_0 + B_1(t_f - t_b)$	由 $\dot{X}_3(t_f - t_b) = \dot{X}_2(t_f - t_b)$, 得 $A_1 + 2A_2(t_f - t_b) = B_1 = V$
$t = t_f$	$X_3(t_f) = A_0 + A_1t_f + A_2t_f^2 = X_f$	$\dot{X}_3(t_f) = A_1 + 2A_2t_f = V_f$

3°、待定系数的求解. 以上除八个待定系数向量 $C_0, C_1, C_2, B_0, B_1, A_0, A_1, A_2$ 外,还有两中间变量 X_b 和 V ,但 $V = B_1$. 由线性段关系直接得到其速度为

$$B_1 = \frac{X_f - 2X_b}{t_f - 2t_b} \tag{2}$$

将式(2) 与表 2 中 8 个边界方程联合则可解出 8 个系数和 X_b 如下:

$$\begin{aligned} C_0 &= X_0 \quad C_1 = V_0 \\ C_2 &= \frac{2(X_f - X_0) - V_ft_b - V_0(2t_f - t_b)}{4t_b(t_f - t_b)} \\ B_0 &= \frac{(2X_0 + V_0t_b)(2t_f - t_b) - 2t_bX_f + V_ft_b^2}{4(t_f - t_b)} \\ B_1 &= \frac{2(X_f - X_0) - V_0t_b - V_ft_b}{2(t_f - t_b)} \\ A_0 &= X_f - V_ft_f + \frac{X_0 + \frac{1}{2}V_0t_b - X_f - \frac{1}{2}V_f(t_b - 2t_f)}{2t_b(t_f - t_b)}t_f^2 \\ A_1 &= V_f - \frac{2X_0 + V_0t_b - 2X_f - V_f(t_b - 2t_f)}{2t_b(t_f - t_b)}t_f \\ A_2 &= \frac{2(X_0 + X_f) + V_0t_b - V_f(t_b - 2t_f)}{4t_b(t_f - t_b)} \\ X_b &= \frac{2X_f(t_f - t_b) - [2(X_f - X_0) - V_0t_b - V_ft_b](t_f - 2t_b)}{4(t_f - t_b)} \end{aligned}$$

不难看出 $V_0 = V_f$ 时, $C_2 = A_2$.

轨迹不超出工作空间的条件为:

$$\|X - X_l\| \leq S \tag{1}$$

X 为规划出的轨迹,即 $X_i(t), X_l$ 为由两端点连成的直线轨迹, S 为直线轨迹到工作空间边界的最近距

离.

t_b 的选取: t_b 越小,直线段越长,越不容易超出工作空间,但要求在很短的时间内完成速度的变化,使过渡段加速度 a (上面的 C_2 和 A_2) 增大,稳定性不好;当 $t_b = t_f/2$ 时,没有中间直线段;当 $t_b = 0$ 时, a 为无穷大. 一般驱动关节都有 $a_{\max}$ 限制(如电机参数),可按该值由上面 C_2, A_2 表达式确定 t_b 的值.

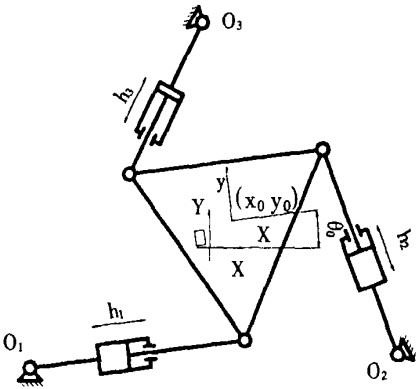


图 1 3 自由度 RPR 并联机器人

3 应用实例

如图 1 为 RPR 型快速响应 3 自由度平面并联机器人^[3](R 为转动副,P 为移动副,下划线表示为驱动副),由三个对称的 RPR 二杆组连接机座和正三角形末端操作器,在平面上均匀布置. 输入参数为 $H = (h_1 \ h_2 \ h_3)$,平台输出为位姿向量 $X = (x_0 \ y_0 \ \theta_0)$ (故 $m = 3$),平台中心 o 至各顶点(转动副中心)

距离 $c = 0.100\text{ m}$, 起始位置时各 h_i 相等为 $h = 0.120\text{ m}$, 驱动关节伸缩范围为 $\pm 0.040\text{ m}$, 平台质量 $m = 2\text{ kg}$, 绕中心转动惯量 $I = 0.011\text{ kg}\cdot\text{m}^2$. 先从 X_0 到 X_{f1} 再到 X_{f2} , 然后再回到 X_0 , 每段均历经 3 s , 时间增量为 0.1 s , 过程如表三, 所有规划均在输入空间中进行. 用 Matlab 6.1 编程实现, 求出所有构件随时间变化的位移、速度、加速度和受力变化, 但限于篇幅, 图 2 中只列出四条平台 o 点(即图 1 中刚体

坐标 xoy 原点 o 在基坐标 XOY 中) 轨迹曲线. 其中, 图 2(a) ~ (c) 为从 X_0 到 X_{f1} 阶段分别用直线加抛物线、五次和三次曲线规划得到的轨迹. 在由 X_{f1} 到 X_{f2} 阶段, 采用三次曲线规划时, $t = 1.2\text{ s}$ 处, $h_2 = 0.0797(< 0.080)$, 采用五次曲线规划时, $t = 2.5\text{ s}$ 处, $h_2 = 0.0746(< 0.080)$, 均超出工作空间. 最后采用直线加抛物线方法, 其轨迹如图 2(d).

表 3 RPR 并联机器人轨迹规划实例

路径	起始状态或终点状态	规划方法	结 果
$X_0 \sim X_{f1}$	$X_0 = 0, \dot{X}_0 = 0, \ddot{X}_0 = 0$		O 点轨迹:
	$X_{f1} = (-0.010\ 0.009\ -10)$	直线加抛物线过渡	图 2(a)
	$\dot{X}_{f1} = (0.009\ -0.012\ 13)$	五次曲线	图 2(b)
	$\ddot{X}_{f1} = (0.013\ -0.021\ 10)$	三次曲线	图 3(c)
$X_{f1} \sim X_{f2}$	$X_{f2} = (0.0120\ -0.0100\ -9)$		
	$\dot{X}_{f2} = (0.0130\ 0.0170\ 15)$	五次曲线	超出空间, 规划失败
	$\ddot{X}_{f2} = (0.0150\ -0.0110\ 11)$	三次曲线	超出空间, 规划失败
		直线加抛物线过渡	见图 2(d), 规划成功
$X_{f2} \sim X_0$	$X_0 = 0, \dot{X}_0 = 0, \ddot{X}_0 = 0$	三种方式均可以	三次和五次路径复杂, 图中省略.

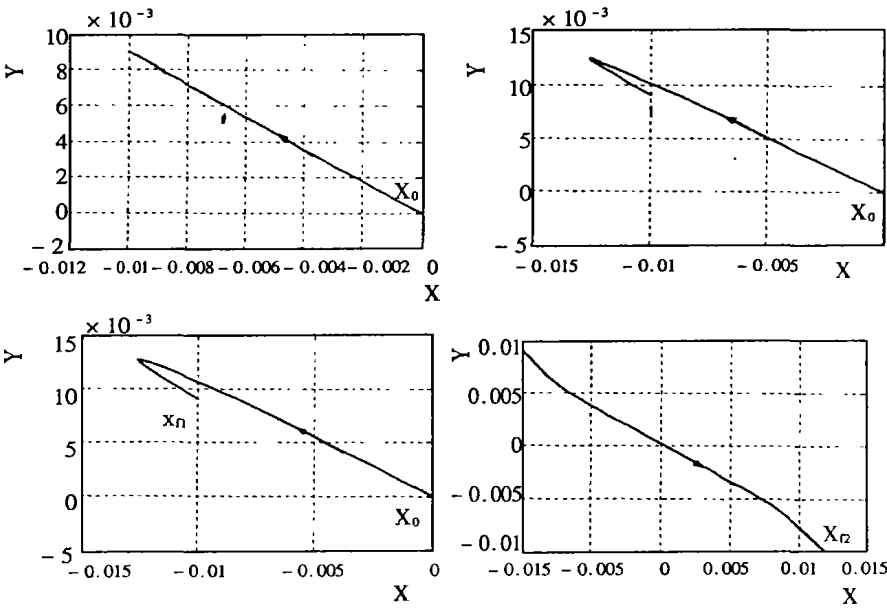


图 2 不同方法轨迹规划曲线比较

((a)、(b)、(c) 为自 X_0 至 X_{f1} 段分别用直线加抛物线、五次曲线、三次曲线时的平台 o 点轨迹, (d) 为自 X_{f1} 至 X_{f2} 采用直线加抛物线规划得到的轨迹)

4 结 语

曲线比较可以看出, 直线加抛物线其轨迹偏离直线不大, 只要起始和终止点在工作空间内, 轨迹便可以完成, 而五次和三次曲线运动轨迹复杂, 易于超

出工作空间,甚至出现如实例中从 X_{j1} 到 X_{j2} 行程段时只能采用直线加抛物线过渡方法才能完成规划的情况.

由此不难看出,采用直线两端加抛物线过渡规划方法可以克服并联机器人轨迹规划中采用高次曲线易于超出工作空间的问题,并能保证位移和速度的连续.除两端抛物线处为匀加速运动外,直线段为匀速运动,具有速度变化最小,运动平稳可靠,路径最短,能量消耗最少,计算速度较快等优点.

参考文献:

- [1] John J. Craig 《INTRODUCTION TO ROBOTICS Mechanics And Control 》, 2nd Edition, Addison Wesley Publishing House, 1989.
- [2] 黄 真,孔令富,方跃法.并联机器人机构学理论及控制[M].机械工业出版社,1997.
- [3] Bongsoo Kang, Jiaxin Chu and James Mills 'Design of high speed planar parallel manipulators and multiple simultaneous specification control' Proc. Of the 2001 IEEE International conference on Robotics & Automation, Seoul, Korea, May 21-26, 2001, 2723-8.

Linear Trajectory Planning of Parallel Manipulators with Parabolic Blends

FANG Fei¹, LIU Ping-an²

(1.School of Jilin Livestock & Husbandry Industry, Baicheng 137000; 2.School of Mechatronic Engineering, East China Jiaotong University, Nanchang 330013, China)

Abstract: In order to meet the much smaller envelopes of parallel manipulators than those of serial ones and to overcome the disadvantage of easily going beyond their envelopes while trajectory planning, a method to plan a linear trajectory with parabolae blends has been provided in detail in this paper, which can ensure the continuity of velocity at the two end of a stroke. Finally, the validity of this method has been verified through a planning example of 3 degree of freedom parallel robot.

Key words: planar manipulator; trajectory planning; workspace