

文章编号:1005-0523(2005)05-0033-04

高层框架动力分析刚度矩阵的弯剪层模型

张 敏

(华东交通大学 土木建筑学院,江西 南昌 330013)

摘要:多层框架结构侧向变形主要为层间剪切变形,其刚度矩阵常采用层间剪切模型;高层框架结构,由于框架梁对框架柱约束作用相对较弱,其侧向变形常包含有层间剪切和弯曲两种成分,因此刚度矩阵可采用层间弯剪模型.本文根据高层框架结构变形特点,针对高层框架结构动力分析的刚度矩阵,提出了一种比较简单实用的弯剪层模型.

关 键 词:高层框架;动力分析;刚度矩阵;弯剪层模型

中图分类号:TP391.4

文献标识码:A

1 前言

框架结构进行动力分析时,常采用的计算模型有层模型、杆模型、杆系一层模型等.杆模型和杆系一层模型是以静力计算方法建立单元刚度矩阵及总刚度矩阵,然后在总刚度矩阵中,按照缩聚的方法,消去非侧向位移的其它分量得到.它计算精确,但比较复杂,而且在结构的设计分析中,由于动力荷载的不确定性及其它环节的近似性,实无必要花费如此巨大的计算工作量得到“精确”解.层模型相对杆模型计算精度稍差,但它计算简单,而且在结构的设计分析中,便于应用,因此层模型在设计分析中应用较广.

框架结构动力分析,常采用的层模型有层间剪切模型、层间弯剪模型.层间剪切模型主要适用于框架横梁与柱的线刚度之比较大的框架结构,即“强梁弱柱”型框架结构,其侧向变形主要是层间剪切变形,刚度矩阵为三对角线形式.但对于横梁与柱线刚度之比较小、高度较大的框架结构,例如一些高层框架,由于框架梁对柱的约束相对较弱,其侧向变形常常包含有层间弯曲和剪切两种成分,层

间剪切模型常常不能完全反映其变形特点,因此应采用层间弯剪模型.本文根据高层框架结构变形特点,提出了一种框架刚度矩阵层间弯剪模型的实用计算方法,既适用于“强梁弱柱”型框架结构,又适用于“强柱弱梁”型框架结构.

2 刚度矩阵的推导

2.1 仅考虑框架梁柱弯曲变形的刚度矩阵 $[K_M]$

1) 刚度矩阵 $[K_M]$ 内各元素推导

将结构质量集中于各楼层,由框架结构变形特点,假定框架同层杆件变形一致,即同层节点转角相等.由此可将原框架折合成半框架.此半框架柱的线刚度为原框架同层各柱线刚度之和,半框架梁的线刚度为原框架同层各梁线刚度之和的四倍.根据刚度矩阵 $[K_M]$ 各元素定义,在各节点处添加链杆,并仅使节点 j 产生单位侧移 $\Delta_j=1$,计算简图见图1.

由 $\Delta_j=1$,带入转角位移方程,得

$$M_{(j+1)j}=4i_j\theta_{j+1}+2i_j\theta_j+6i_j/h_j=-S_{j+1}\theta_{j+1}$$

式中 S_{j+1} 为节点 $j+1$ 处各杆对 $j(j+1)$ 杆 $j+1$ 端的约束转动刚度.

$$\theta_{j+1}=-(2\theta_j+6/h_j)r_{j+1}$$

收稿日期:2005-06-13

作者简介:张 敏(1965-),男,江西弋阳人,副教授.

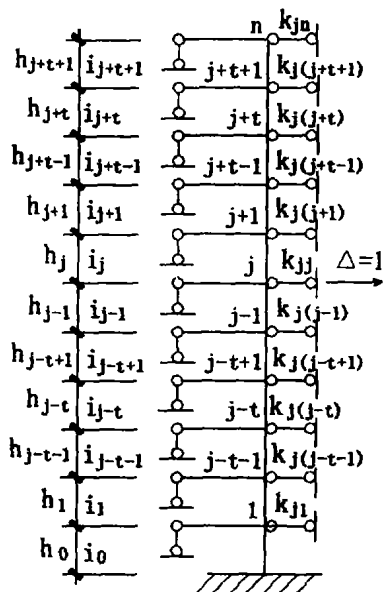


图1 半框架计算简图

式中
$$r_{j+1} = \frac{1}{4 + S_{j+1}/i_j}$$

同样 $M_{j(j+1)} = 4i_j\theta_j + 2i_j\theta_{j+1} + 6i_j/h_j$

θ_{j+1} 代入,得

$$M_{j(j+1)} = [(12i_j + 4S_{j+1})\theta_j + (12i_j + 6S_{j+1})/h_j]$$

r_{j+1}

同理可计算 θ_{j-1} , $M_{j(j-1)}$

$$\theta_{j-1} = (2\theta_j - 6/h_{j-1})r'_{j-1}$$

式中
$$r'_{j-1} = \frac{1}{4 + S'_{j-1}/i_{j-1}}$$

S'_{j-1} 为节点 $j-1$ 处各杆对 $j(j-1)$ 杆 $j-1$ 端

的约束转动刚度.

由节点 j 的平衡,得

$$M_{j(j+1)} + M_{j(j-1)} + S_{bj}\theta_j = 0$$

式中 S_{bj} 为节点 j 处框架梁的转动刚度.

得

$$\theta_j = \frac{6(S'_{j-1} + 2i_{j-1})r'_{j-1}/h_{j-1} - 6(S_{j+1} + 2i_j)r_{j+1}/h_j}{(12i_j + 4S_{j+1})r_{j+1} + (12i_{j-1} + 4S'_{j-1})r'_{j-1} + S_{bj}}$$

杆 $j(j+1)$ 的剪力 $Q_{j(j+1)}$

$$Q_{j(j+1)} = -\frac{M_{j(j+1)} + M_{(j+1)j}}{h_j}$$

杆 $j(j-1)$ 的剪力 $Q_{j(j-1)}$

$$Q_{j(j-1)} = -\frac{M_{j(j-1)} + M_{(j-1)j}}{h_{j-1}}$$

因此,节点 j 产生单位侧移须在节点 j 施加的作用力 k_{jj}

$$k_{jj} = Q_{j(j-1)} - Q_{j(j+1)}$$

代入,得

$$k_{jj} = \frac{12i_j}{h_j^2}(1 - 3r_{j+1}) + \frac{12i_{j-1}}{h_{j-1}^2}(1 - 3r'_{j-1}) + \left[\frac{6i_j}{h_j}(1 - 2r_{j+1}) - \frac{6i_{j-1}}{h_{j-1}}(1 - 2r'_{j-1})\right]\theta_j$$

同样可计算 $k_{j(j+1)}$, θ_{j+2}

$$\theta_{j+2} = 2r_{j+1}r_{j+2}(2\theta_j + 6/h_j)$$

式中
$$r_{j+2} = \frac{1}{4 + S_{j+2}/i_{j+1}}$$

$$k_{j(j+1)} = \frac{6i_{j+1}}{h_{j+1}}\theta_{j+2} + \left(\frac{6i_{j+1}}{h_{j+1}} - \frac{6i_j}{h_j}\right)\theta_{j+1} - \frac{6i_j}{h_j}\theta_j - \frac{12i_j}{h_j^2}$$

同样可计算 $k_{j(j+t)}$, θ_{j+t+1}

$$\theta_{j+t+1} = (-2)^t r_{j+t+1} r_{j+t} \cdots r_{j+1} (-2\theta_j - 6/h_j)$$

($t > 0$)

式中
$$r_{j+t+1} = \frac{1}{4 + S_{j+t+1}/i_{j+t}}$$

$$k_{j(j+t)} = \frac{6i_{j+t}}{h_{j+t}}\theta_{j+t+1} + \left(\frac{6i_{j+t}}{h_{j+t}} - \frac{6i_{j+t-1}}{h_{j+t-1}}\right)\theta_{j+t} - \frac{6i_{j+t-1}}{h_{j+t-1}}\theta_{j+t-1} \quad (t > 1)$$

同理可得

$$\theta_{j-t-1} = (-2)^t r'_{j-t-1} r'_{j-t} \cdots r'_{j-1} (-2\theta_j + 6/h_j)$$

($t > 0$)

式中
$$r'_{j-t-1} = \frac{1}{4 + S'_{j-t-1}/i_{j-t-1}}$$

由刚度矩阵的对称性,得

$$k_{j(j-t)} = k_{(j-t)j}$$

由此可得刚度矩阵 $[K_M]$

2) 刚度矩阵 $[K_M]$ 的简化

根据结构变形及受力特点,忽略与节点 j 相邻第四跨及其之后各跨因 $\Delta=1$ 而引起的约束变形和约束内力,经分析,由此而引起的误差最大不超过 2.0%.

将 θ_{j+1} , θ_{j+2} , θ_{j+3} 代入上述各式,并忽略与节点 j 相邻第四跨及其之后各跨的影响,得

$$k_{jj} = \frac{12i_j}{h_j^2}(1 - 3r_{j+1}) + \frac{12i_{j-1}}{h_{j-1}^2}(1 - 3r'_{j-1}) + \left[\frac{6i_j}{h_j}(1 - 2r_{j+1}) - \frac{6i_{j-1}}{h_{j-1}}(1 - 2r'_{j-1})\right]\theta_j$$

$$k_{j(j+1)} = \frac{6i_j}{h_j}[(6r_{j+1} - 2)/h_j - (1 - 2r_{j+1})\theta_j] - \frac{12r_{j+1}i_{j+1}}{h_{j+1}}(1 - 2r_{j+2})[\theta_j + 3/h_j]$$

$$k_{j(j+2)} = 12(\theta_j + 3/h_j)r_{j+1}\left[\frac{i_{j+1}}{h_{j+1}}(1 - 2r_{j+2}) + \right.$$

$$\frac{2r_{j+2}i_{j+2}}{h_{j+2}}(1-2r_{j+3})]$$

$$k_{j(j+3)} = -\frac{24r_{j+1}r_{j+2}i_{j+2}}{h_{j+2}}(1-2r_{j+3})(\theta_j+3/h_j)$$

由刚度矩阵的对称性,得

$$k_{j(j-1)} = k_{(j-1)j}$$

$$k_{j(j-2)} = k_{(j-2)j}$$

$$k_{j(j-3)} = k_{(j-3)j}$$

并且:

$$k_{j(j+4)} = k_{j(j+5)} = \dots = 0$$

$$k_{j(j-4)} = k_{j(j-5)} = \dots = 0$$

由此可得简化刚度矩阵 $[K_M]$

3) 杆端约束转动刚度推导

对于节点 j 处半框架梁,计算简图见图2,当梁端产生转角 θ_j ,梁端弯矩 M_{bj} 为

$$M_{bj} = 3i_{bj}\theta_j$$

$$M_{bj} = 3i_{bj}\theta_j$$

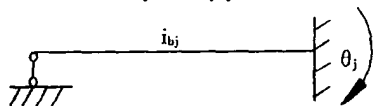


图2 半框架梁计算简图

因此,节点 j 处梁端转动刚度 $S_{bj} = 3i_{bj}$

$$\because M_{(j+t)(j+t+1)} = 4i_{j+t}\theta_{(j+t)} + 2i_{j+t}\theta_{j+t+1} \quad (t>0)$$

将 θ_{j+t+1} 代入,得

$$M_{(j+t)(j+t+1)} = (4-4r_{j+t+1})i_{j+t}\theta_{j+t} \quad (t>0)$$

因此,节点 $j+t$ 处各杆对 $(j+t-1)(j+t)$ 杆 $j+t$ 端的约束转动刚度 S_{j+t} 为

$$S_{j+t} = (4-4r_{j+t+1})i_{j+t} + S_{b(j+t)}$$

对于顶节点 n ,则 $S_n = S_{bn}$

式中 S_{bn} 为节点 n 处,梁端转动刚度

同理,节点 $j-t$ 处各杆对 $(j-t+1)(j-t)$ 杆 $j-t$ 端的约束转动刚度 S'_{j-t} 为

$$S'_{j-t} = (4-4r'_{j-t-1})i_{j-t-1} + S_{b(j-t)}$$

由于固定端处转动刚度为无穷大,由此可得该处 r'_0 为零,因此 $S'_1 = 4i_0 + S_{b1}$,

若采用 $[K_M]$ 的简化模型,忽略与节点 j 相邻第四跨及其之后各跨因 $\Delta_j=1$ 而引起的约束变形和约束内力,因此 $j+3$ 节点处各杆对 $(j+2)(j+3)$ 杆 $j+3$ 端的约束转动刚度 S_{j+3} 为:

$$S_{j+3} = S_{b(j+3)} \quad S'_{j-3} = S'_{b(j-3)}$$

$$S_{j+2} = (4-4r_{j+3})i_{j+2} + S_{b(j+2)}$$

$$S'_{j-2} = (4-4r'_{j-3})i_{j-3} + S_{b(j-2)}$$

$$S_{j+1} = (4-4r_{j+2})i_{j+1} + S_{b(j+1)}$$

$$S'_{j-1} = (4-4r'_{j-2})i_{j-2} + S_{b(j-1)}$$

$$\text{式中} \quad r'_{j-1} = \frac{1}{4 + S'_{j-1}/i_{j-1}}$$

$$r'_{j-2} = \frac{1}{4 + S'_{j-2}/i_{j-2}}$$

$$r'_{j-3} = \frac{1}{4 + S'_{j-3}/i_{j-3}}$$

2.2 仅考虑框架柱轴向变形的柔度矩阵 $[f_N]$

对于高层框架结构,水平荷载引起的柱轴力较大,柱轴向变形产生的侧移相应较大,因此应考虑柱轴向变形引起侧移对结构刚度的影响。

由于水平荷载作用下,框架一般只有两根边柱轴力(一拉一压)较大,中间各柱因其两边梁的剪力相互抵消,轴力很小。因此考虑柱轴向变形产生的侧移时,假定在水平荷载作用下,中柱轴力为0,只两边柱承受轴力,计算简图见图3。

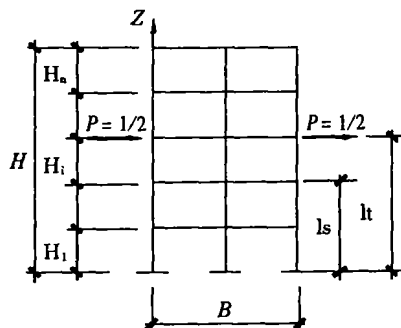


图3 单位荷载作用框架计算简图

柱轴向变形引起的柔度矩阵 $[f_N]$ 中元素 f_{st} 由定义计算如下:

在单位水平力作用下框架边柱轴力为

$$N = \pm \frac{M(z)}{B}$$

$$\text{因此} \quad f_{st} = 2 \int_z \frac{N_s N_t}{EA} dz$$

$$\text{式中} \quad \overline{N_s} = \frac{l_s - z}{B} \quad (0 \leq z \leq l_s)$$

$$\overline{N_t} = \frac{l_t - z}{B} \quad (0 \leq z \leq l_t)$$

令 $l_t \geq l_s$,则

$$f_{st} = 2 \int_0^{l_s} \frac{(l_s - z)(l_t - z)}{B^2 EA} dz$$

假设 l_s 分为 m 段,每段 EA 保持常量,得

$$f_{st} = \sum_{j=1}^m \left[\frac{l_s l_t}{B^2} \sum_{i=1}^m \frac{l_{si}}{E_i A_i} - \frac{l_s + l_t}{2B^2} \sum_{i=1}^m \frac{l_{si}^2}{E_i A_i} + \frac{1}{3B^2} \sum_{i=1}^m \frac{l_{si}^3}{E_i A_i} \right]$$

$$\frac{l_{si}^3}{E_i A_i}]_j \quad (l_i \geq l_s)$$

其中 $\sum_{i=1}^m l_{si} = l_s$

由此可得柔度矩阵 $[f_N]$

2.3 结构刚度矩阵推导

结构由弯曲变形引起的柔度矩阵为 $[K_M]^{-1}$

结构由弯曲变形、柱轴向变形引起的总柔度矩阵为 $[f_N] + [K_M]^{-1}$

结构由弯曲变形、柱轴向变形引起的刚度矩阵为 $[K]$

$$[K] = ([f_N] + [K_M]^{-1})^{-1}$$

化简, 得

$$[K] = [K_M]([I] + [f_N][K_M])^{-1}$$

式中 $[I]$ 为单位矩阵, $([I] + [f_N][K_M])^{-1}$ 为柱轴向变形对矩阵 $[K_M]$ 的修正。

3 结束语

本文提出的刚度矩阵弯剪层模型, 计算较简单, 易于编制计算程序, 并且本文方法与有限元采用的杆模型计算结果相比, 结构内力与位移, 误差均不超过 2.9%。因此, 该方法计算精度能够满足工程要求, 是一种计算框架刚度矩阵的实用方法。

参考文献:

- [1] 龙驭球, 包世华. 结构力学 (第二版) [M]. 北京: 高等教育出版社, 1996, 12.
- [2] 包世华. 新编高层建筑结构 [M]. 中国水利水电出版社, 2001, 8.
- [3] 程卫国, 冯峰, 王雪梅, 刘艺. MATLAB 6.1 精要编程及高级应用 [M]. 北京: 机械工业出版社, 2000, 4.
- [4] 张敏. 巨型框架多功能减振结构风振控制研究 [D]. 东南大学博士论文, 2003, 6.

Bending-shearing Layer Model of Rigidity Matrix for Dynamic Analysis of High-rise Frame Structure

ZHANG Min

(School of Civil Engineering and Architecture, East China Jiaotong University, Nanchang 330013, China)

Abstract: The lateral deformation of multistory frame structure may mainly be shearing displacement between stories, and shearing model between stories may frequently be adopted in analysis of rigidity matrix. However, as a result of the fact that the restraint effect of the frame beam on the frame column may be relatively weak in high-rise frame structure, the lateral deformation regularly contains two different types such as shearing and bending displacement between stories. Consequently, bending-shearing model between stories may constantly be employed in dynamic analysis of high-rise frame structure. On the basis of the lateral deformation characteristic of the frame structure, a simple and practical bending-shearing layer model of rigidity matrix has been presented for dynamic analysis of high-rise frame structure.

Key words: high-rise frame structure; dynamical analysis; rigidity matrix; bending-shearing layer model