

文章编号: 1005—0523(2005)05—0169—04

基于最小二乘法提高准同步采样谐波分析的准确度

曹 晖¹, 袁世英¹, 易 玉君², 曹 东³

(1. 华东交通大学 电子与电气工程学院, 江西 南昌 330013; 2. 广东药学院, 广州 广东 510640; 3. 华南理工大学, 广州 广东 510640)

摘要:通过研究准同步采样法谐波测量准确度与频率偏差的关系, 分析同步偏差较大时, 其基波与谐波的测量准确度不高的问题, 提出基于最小二乘法提高准同步采样法谐波测量准确度的方法, 该方法具有简单可行、运算速度快、准确度高的优点。计算机仿真及实际的配电综合测控仪中的应用表明该方法能有效提高测量谐波的准确度。

关 键 词:准同步采样; 最小二乘法; 谐波分析

中图分类号:TP932

文献标识码:A

1 引 言

准同步采样谐波分析法能有效的解决由于实际采样周期未能与信号周期同步而对谐波分析产生很大测量误差的问题, 这已被理论分析和实际应用所证明^{[1][2][3]}。当同步偏差较大的时候, 其基波与谐波的测量准确度均会受到较大的影响。本文通过对准同步采样的谐波分析结果进行分析, 提出采用最小二乘法提高准同步采样谐波测量准确度的方法, 该方法在基本不增加计算量的基础上, 显著地提高谐波分析的准确度。

2 准同步采样谐波分析的算法描述

对基波频率为 F_s 的周期信号 $f(t) = A_0 + \sum_{m=1}^M A_m + \sin(2\pi m f t + \phi_m)$ 采用固定采样频率 F_{NS} 进行等间隔采样。其中 $F_s = F_{NS}/N + F_\Delta$, F_Δ 为频率偏差。在 $[t_0, t_0 + J \times T_{NS}]$ 区间上等间隔采样 ($J \times N + 1$) 次, 得到采样数据。根据参考文献^{[1][3]}的推导, 把全部 ($J \times N + 1$) 个采样 $f(t_i)$ 数据按复化矩形求积公式

(1), 公式(2)进行递推运算:

$$F_{ma}^1 = \frac{2}{\sum_{i=i_0}^{N+i_0} \rho_i} \sum_{i=i_0}^{N+i_0} \rho_i f(t_i) \cos(2 \times \pi \times \frac{i}{N}) \quad (1)$$

$$F_{mb}^1 = \frac{2}{\sum_{i=i_0}^{N+i_0} \rho_i} \sum_{i=i_0}^{N+i_0} \rho_i f(t_i) \sin(2 \times \pi \times \frac{i}{N}) \quad (2)$$

式中上标“1”表示第 1 次求积运算, ρ_i 为对应的数据求积公式所对应的权系数。

把全部 ($J \times N + 1$) 个采样数据, 分别按公式(3), 公式(4)进行递推运算:

$$F_{ma}^J = \frac{1}{\sum_{i=i_0}^{N+i_0} \rho_i} \sum_{i=i_0}^{N+i_0} \rho_i F_{ma}^{J-1} \quad J=2, 3 \dots \quad (3)$$

$$F_{mb}^J = \frac{1}{\sum_{i=i_0}^{N+i_0} \rho_i} \sum_{i=i_0}^{N+i_0} \rho_i F_{mb}^{J-1} \quad J=2, 3 \dots \quad (4)$$

F_{ma}^J 和 F_{mb}^J 为谐波的实部和虚部, 根据公式(5)(6), 就是所求信号对应的谐波幅值 A_m 和相位。

$$F_m^J = \sqrt{\frac{((F_{ma}^{J-1})^2 + (F_{mb}^{J-1})^2)^J}{N((F_{ma}^J)^2 + (F_{mb}^J)^2)^{J-1}}} = A_m \quad (5)$$

$$\phi_m = \text{tg}^{-1} \frac{F_{ma}^J}{F_{mb}^J} \quad (6)$$

收稿日期: 2005—04—07

作者简介: 曹晖(1972—), 男, 湖南新化人, 华东交通大学电气学院工程师, 研究方向: 检测技术与自动化装置。

根据参考文献^[3]的仿真分析,一个正弦波,它的频率等于两点的相位差除以这两点之间的时间差.根据这个关系,利用公式(7)可以准确求出信号的频率.

$$F_s=\frac{\psi_2-\psi_1}{2\times\pi\times(t_1-t_0)}=\frac{tg^{-1}\frac{F_{ma}^J(t_1)}{F_{mb}^J(t_1)}-tg^{-1}\frac{F_{ma}^J(t_0)}{F_{mb}^J(t_0)}}{2\times\pi\times(t_1-t_0)}$$

(7)

仿真结果表明,利用这个公式进行频率计算的准确度是很高的.

3 准同步采样谐波分析仿真结果

根据准同步采样的误差理论分析^[2],准同步采

样谐波测量的误差大小与频率偏差 f_{Δ} 相关.为了具体的得出准同步采样谐波测量的误差大小与频率偏差 f_{Δ} 之间的关系,在计算机上模拟产生基波有效值幅值为 100,各次谐波有效值幅值为 10 的仿真波形 $f(t)=A_0+\sum_{m=1}^{11}A_m+\sin(2\pi mft+\psi_m)$,其中 m 表示谐波次数,从 1 到 11 次.以 $64\times50\text{ Hz}$ 的采样频率进行采样,每周内采样 64 个点,共采 4 个周波,得到采样序列,再根据公式(5),得出根据准同步采样法计算的各次谐波值.如下表 1 所示.

从该表可以看出频偏 f_{Δ} 越大,准确度越低,而且偏差的大小还与所分析的谐波次数有关,谐波次数越高,准确度越低.

表 1 频率偏差与信号的谐波的准确度关系

(采样频率为 $64\times50\text{ Hz}$,基波有效值 100,其它各次谐波分量都为 10)

基波频率(Hz)	基波幅值	2 次谐波幅值	3 次谐波幅值	5 次谐波幅值	7 次谐波幅值	9 次谐波幅值	11 次谐波幅值
48.0	98.95	9.59	9.095	7.66	5.89	4.1	2.55
48.5	99.41	9.77	9.48	8.61	7.45	6.12	4.75
49	99.74	9.90	9.77	9.36	8.78	8.06	7.24
49.5	99.93	9.974	9.941	9.84	9.68	9.48	9.23
49.8	99.99	9.996	9.991	9.974	9.949	9.92	9.87
50	100.0	10.0	10.0	10.0	10.0	10.0	10.0
50.2	99.99	9.996	9.991	9.974	9.949	9.92	9.87
50.5	99.93	9.974	9.941	9.84	9.68	9.48	9.23
51.0	99.74	9.90	9.77	9.36	8.78	9.06	7.24
51.5	99.41	9.77	9.48	8.61	7.45	6.12	4.75
52.0	98.95	9.59	9.095	7.66	5.89	4.1	2.552

4 采用最小二乘法提高准同步采样谐波测量准确度

为了进一步得出频率偏差与谐波测量准确度之间的具体关系,把表 1 用图形表示,如图 1、图 2.

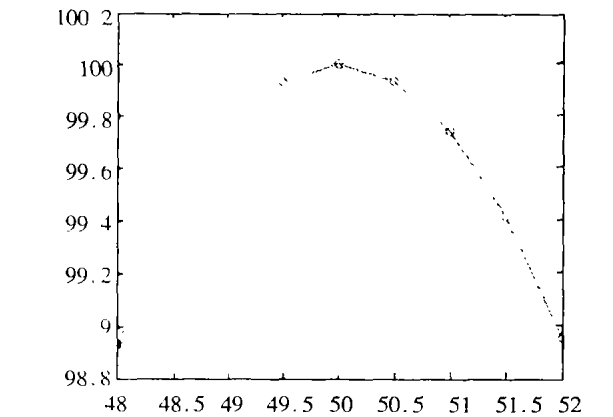


图 1 频率与基波幅值的关系图

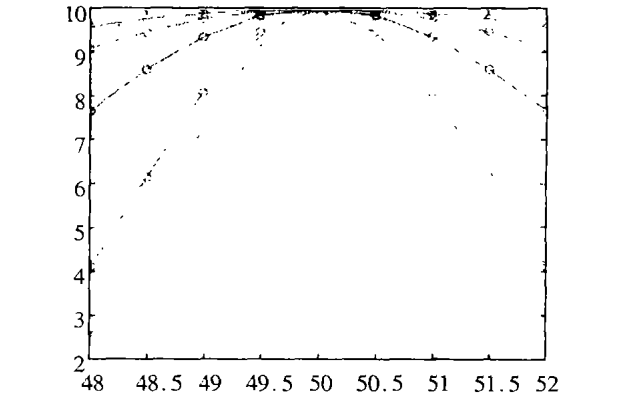


图 2 频率与各次谐波幅值的关系图

图 1、图 2 明显的表明,频率偏差与谐波幅值关系是一条下凹的抛物线.根据这个特点,建立多项式拟合曲线数学模型.

$$y=k_1*(x-50)^4+k_2*(x-50)^2+a$$

(10)

其中 x 为频率 y 为幅值, k_1, k_2, a 为待估计的

参数.

按照最小二乘原理,建立对应的正规方程:

$$(x_i-50)^4 * k1 + (x_i-50)^2 * k2 + a = y_i \tag{11}$$

按矩阵形式解算,则有

$$\hat{X} = C^{-1} A^T L = \begin{bmatrix} k1 \\ k2 \\ a \end{bmatrix} \tag{12}$$

其中

$$A^T = \begin{bmatrix} 16 & 5.0625 & 1 & 0.0625 & 0 & 0.0625 & 1 & 5.0625 & 16 \\ 4 & 2.25 & 1 & 0.25 & 0 & 0.25 & 1 & 2.25 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

表 2 基波所对应的多项式方程求出的基波幅值

频率	48	48.5	49	49.5	50	50.5	51	51.5	52
实测值	98.95	99.41	99.74	99.93	100	99.93	99.74	99.41	98.95
多项式计算值	98.950	99.411	99.738	99.933	99.997	99.933	99.738	99.411	98.950

表 2 的数据表明,采用最小二乘法得到的多项式方程所得的数据与上述的实测数据是基本完全一致的,误差非常的小.进行精度估计,得出它的最

按照上面的公式,分别建立基波和各次谐波的正规方程进行计算,得到相应的系数.得到所对应的多项式方程.

对于基波,把 $L=(98.95 \quad 99.41 \quad 99.74 \quad 99.93 \quad 100 \quad 99.93 \quad 99.74 \quad 99.41 \quad 98.95)^T$ 代入公式(12)中进行计算.得出基波的待估计的参数 $k1=-7.4592e-004$; $k2=-0.2589$; $a1=99.9974$. 相应的多项式方程为

$$y = (-7.4592e-004) * (x-50)^4 + (-0.2589) * (x-50)^2 + 99.9974 \tag{13}$$

为了验证多项式方程的误差大小.把频率代入公式(12)中,得到的数据如表 2.

大误差小于 0.01%.

按同样的计算方法可以分别得到其它各次谐波的待估计参数值,如表 3 所示.

表 3 最小二乘法求出的各次谐波的待估计参数值

次数	2	3	5	7	9	11
k1	-7.4592e-004	0.0022	0.0189	0.0611	0.1449	0.2742
k2	-0.0989	-0.2353	-0.6614	-1.2701	-2.0497	-2.9454
a	9.9974	10.0001	10.0026	9.9944	9.9837	9.9547

用这些待估计参数值对各次谐波误差进行估计,通过对数据进行分析,发现随着谐波次数的增加和频率偏差的增加,误差有所增加.在 11 次谐波时最大误差为 0.5%.这个误差相对对于直接采用准同步采样谐波分析法来说,大大的提高了测量准确度.

以上的测量精度是在频率测量完全准确的要求下测得的,在实际的应用中,频率偏差计算是有偏差的.根据参考文献^[3]中提供的仿真结果,频率测量的准确度在 0.01%以上.根据表 1 中的数据可知,对于两个相邻的频率所对应的谐波值是连续的,没有突变现象,偏差小.因此,如果频率偏差在 0.01%以内,对最小二乘法拟合的计算结果没有多大影响.

5 应 用

通过以上分析可以看出,采用准同步采样法进行直接的谐波分析时,测量的准确度不是很高.通过分析它的偏差与信号频率的关系,可以找到其具

有如公式(10)的固定关系,利用这个关系,采用最小二乘法的原理,可以大幅度提高谐波测量的准确度.

其具体过程如下:

- 1) 利用最小二乘法,按照公式(12),求出各次谐波补偿多项式的系数,存入系统中;
- 2) 根据公式(9)准确的求出当前信号的频率;
- 3) 把信号频率代入多项式中,求出相应谐波次数的补偿系数;
- 4) 由公式(7)所求出的谐波幅值;
- 5) 把求得谐波幅值除以补偿系数,得准确的谐波分量幅值.

6 结 论

本文通过对准同步采样的谐波分析方法进行研究比较,提出采用最小二乘法,大大提高准同步采样的谐波分析的准确度,该方法具有简单可行、运算速度快、准确度高的优点.该方法对于提高准同步采样的谐波分析准确度有着重要的指导价值.

参考文献:

- [1] 戴先中. 准同步采样及其在非正弦功率测量中的应用[J]. 仪器仪表学报, 1984(4); vol. 5.
- [2] 潘文. 准同步采样方法应用中的几个问题[J]. 电测与仪表, 1990(6).

- [3] 曹晖. 准同步采样法在配电综合测控仪中的应用[J]. 继电器, 2005(9).
- [4] 沈国峰. 进一步提高准同步采样谐波分析准确度的方案[J]. 仪器仪表学报, 2001(5); vol. 22.
- [5] 费业泰. 误差理论与数据处理(第二版)[M]. 机械工业出版社, 1987.

Using Least Square Method to Improve the Accuracy of Quasisynchronous Sampling Harmonics Analysis

CAO Hui¹, YUAN Shi-ying¹, YI Jun², CAO Dong³

(1. School of Electrical and Electronic Eng., East China Jiaotong University, Nanchang 330013; 2. Guangdong Pharmaceutical College, Guangzhou 510640; 3. South China University of Technology; Guangzhou 510640, China)

Abstract: The relationship between the accuracy of Quasi-Synchronous Sampling harmonics analysis and frequency deviation was studied. Through investigating the reasons of low measurement accuracy of fundamental wave and harmonic, the method based on least square means was presented. This method is very simple, feasible and has high computing speed. The results of computer simulation and the application on the electrical power measurement instrument have shown that the method improves the accuracy of the harmonic analysis.

Key words: Quasi-Synchronous sampling method; least square method; harmonics analysis

(上接第 168 页) $[q-1, q]$ ($q=1, \dots, r$) 为底边, 以 1 为高的平面图形的测度) 为第 j 个评估对象关于第 j 个评估 Fuzzy 类的贴近度 ($j=1, \dots, m; 1=1, \dots, s$).

8) 作综合评判: 令 $\eta_j^{(1^*)} \triangleq \max_{1 \leq i \leq s} \eta_j^{(1)}$, 则 (1) 当 $\eta_j^{(1^*)}$ 唯一时, 由择近原理知道: 贴近度大的评估 Fuzzy 类对比模型所对应的评估 Fuzzy 类为综合所有评估者对第 j 个评估对象的诸因素之后, 第 j 个评估对象拟评的评估 Fuzzy 类, 而在同一个评估 Fuzzy 类中, 按照贴近度的大小顺序排出评估对象的先后次序; (2) 当 $\eta_j^{(1^*)}$ 不唯一时, 如果对于适当的 $\gamma \in (0, 1]$, 满足: $\sum_{i=1}^s \eta_j^{(1)} \geq \gamma \sum_{i=1}^s \eta_j^{(1)} \geq \sum_{i=l+1}^s \eta_j^{(1)}$, 就把已经确定的所属评估 Fuzzy 类向上移动一个级别, 而排在该

评估 Fuzzy 类别人选之后; 否则的话, 满足: $\sum_{i=1}^s \eta_j^{(1)} \geq \gamma \sum_{i=1}^s \eta_j^{(1)} > \sum_{i=l+1}^s \eta_j^{(1)}$, 就把已经确定的所属评估 Fuzzy 类向下移动一个级别, 而排在第 j 个评估 Fuzzy 类别人选之前; (3) 当上下移动及贴近度都相同时, 就可比较其它的评估 Fuzzy 类的贴近度, 也可排出评估对象的先后次序.

参考文献:

- [1] 汪培庄. 模糊集合论及其应用[M]. 上海: 上海科学技术出版社, 1983.
- [2] 柯桦. Fuzzy 积分在识别人才中的应用[J]. 贵州教育学院学报(自然版), 1988, (1): 76-78.

One Fuzzy Method of Appraisal to Teachers in Teaching Appraisal

JIANG Zhi-yong

(School of Natural Science, East China Jiaotong University, Nanchang 330013, China)

Abstract: In term of the principle that unifies “service teaching appraisal and the ideological education appraisal, the education appraisal and the scientific research appraisal, the education appraisal and the educational reform, the education appraisal and the education administration”, This article theoretically explores one method: In the teaching appraisal, we carries on the appraisal to the teacher the appraisal factor (level of appraisals factors, two level, three levels and so on appraised sub-factor), determined the appraisal class, establishes the mathematical model which appraised, draws close to a size according to fuzzy to discharge the appraisal object the order.

Key words: appraisal factors; appraisal class; appraisal model; fuzzy drawing close to