

文章编号: 1005—0523(2006)01—0129—03

多自由度反共振机械的模糊可靠性分析

黄志超

(华东交通大学 机电工程学院, 江西 南昌 330013)

摘要:把模糊概率论和多自由度反共振理论结合起来, 分析反共振频率的随机性、电动机转速的随机性、振动弹簧的不均匀性, 推导出了表达反共振区模糊子集的隶属函数及计算反共振机械模糊可靠度的计算公式. 用此公式可以对反共振式机械进行模糊可靠性检验和设计. 并结合实例给出了具体的设计算例分析.

关 键 词:反共振; 模糊可靠度; 隶属函数; 多自由度

中图分类号: TB534 TB114.3 TB111

文献标识码: A

1 引言

利用振动原理制造出各种生产机械及设备有很多. 反共振现象是二个或二个以上自由度振动系统, 满足一定条件时的特有现象, 利用反共振原理设计的设备有: 减振器^{[1][2]}、多自由度反共振制样粉碎机^[3]、振动给料机^[4]等. 如图 1 当满足反共振条件时, m_1 不振而 m_2 振动. 在实际机械中, 不能时时满足反共振条件. 如: 由于各种随机因素的影响, m_1 会在一定范围内发生变化. 电动机的转速也会发生随机变化, 反共振本身又具有模糊性. 本文从质量, 激振频率随机性的模糊性等方面对反共振模糊可靠性进行分析.

2 反共振机械的力学模型及其响应

反共振机械可以简化为图 1 所示的力学模型. 根据影响刚度系数法^[1]写出二自由度振动方程式为:

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F \sin \omega t \\ 0 \end{bmatrix} \quad (1)$$

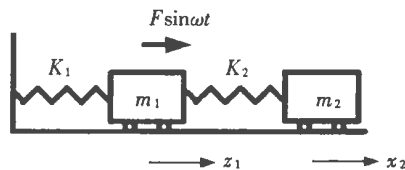


图 1 二自由度系统模型图

设 B_1 、 B_2 分别为 x_1 、和 x_2 的振幅, 则其解为:

$$\begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \end{bmatrix} = \frac{F}{\Delta(\omega)} \begin{bmatrix} k_2 - m_2 \omega^2 \\ k_2 \end{bmatrix} \quad (2)$$

其中

$$\Delta(\omega) = \begin{vmatrix} (k_1 + k_2) - m_1 \omega^2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 - m_2 \omega^2 \end{vmatrix} \quad (3)$$

画出幅频曲线如图 2:

3 反共振准则的模糊性及其隶属函数的确定

由公式(2)可知, 当 $\omega_0 = \sqrt{\frac{k_2}{m_2}}$ 时, $B_1 = 0$, 而 B_2

收稿日期: 2005—11—16

基金项目: 江西省自然科学基金资助项目(0350063); 华东交通大学科研基金资助项目

作者简介: 黄志超(1971—), 男, 江西临川人, 副教授, 博士.

$= \frac{E}{k_2}$, 这种现象叫反共振. 即当频率比 $\frac{\omega}{\omega_0}$ 为 1 时, m_1 的振幅为 0, 此时将发生反共振现象, “反共振”机械主要是根据这一特性. 要使机器处于理想的反共振状态, 这实际上是办不到的, 只能使工作频率尽量接近 ω_0 , 一般取 $\lambda = 0.95 \sim 1.05$ 作为反共振区, 这就是反共振准则.

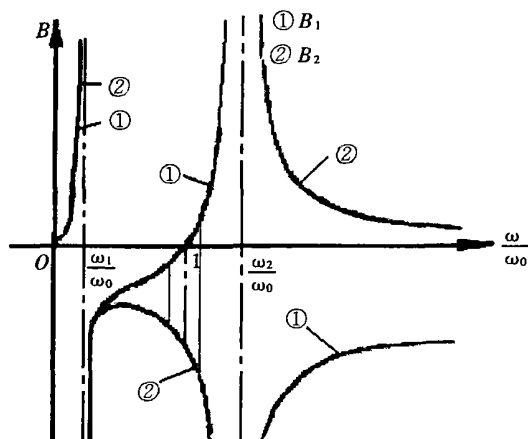


图 2 二自由度幅频特性曲线

模糊性是由于事件的边界不清晰所造成的, 由定义可以看出反共振准则具有明显的模糊性. 例如我们是否可以说振动机械在激振频率为 $0.951 \omega_0$ 时发生反共振, 而在激振频率为 $0.949 \omega_0$ 时就不发生反共振了呢? 这种做法明显欠妥, 因为从幅频响应曲线(如图 2)可以明显地看出, 在频率比为 0.949 与 0.951 处并无明显区别. 所以反共振区是频率论域上的一个模糊子集, 需要将反共振区的边界进行模糊化, 使得反共振与非反共振之间存在中介过渡状态, 这种模糊状态可用隶属函数来表示^[5].

令 $\omega = \omega_j - \omega_0$, 隶属函数 $\mu(\omega_j)$ 应具有以下特点: (1) 反共振与非反共振相互渗透; (2) 在反共振区的中点即频率比为 1 处反共振的隶属度为 1, 即 $\mu(\omega_0) = 1$; (3) 在反共振区与非反共振区的交点处模糊性最大, 即 $\mu(0.95 \omega_0) = \mu(1.05 \omega_0) = 0.5$. 由以上叙述可知, 隶属函数 $\mu(\omega_j)$ 可取中间型正态隶属函数^[9]则:

$$\mu(\omega_j) = e^{-\left(\frac{\omega_j - \omega_0}{b}\right)^2} \quad (4)$$

由于 $\omega_j = 0.95 \omega_0$ 时有 $\mu(\omega_j) = 0.5$
可解得 $b = 0.06 \omega_0$, 故

$$\mu(\omega_j) = e^{-\left(\frac{\omega_j - \omega_0}{0.06 \omega_0}\right)^2} \quad (5)$$

隶属函数形状如图 3 所示.

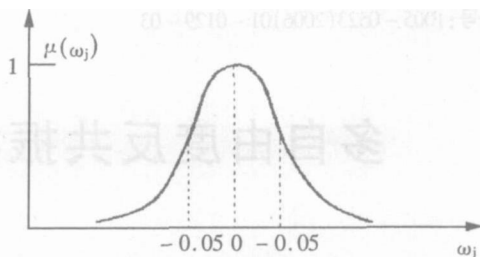
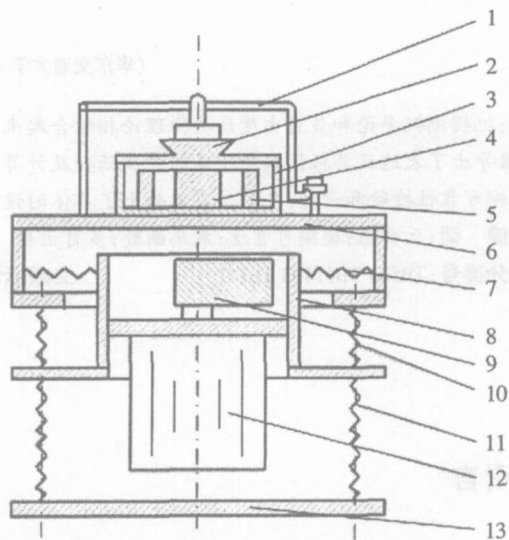


图 3 隶属函数 $\mu(\omega_j)$



1. 夹紧装置 2. 料钵盖 3. 料钵体 4. 击块 5. 击环 6. 振动台板 7. 振动弹簧 8. 电动机座 9. 偏心块 10. 支撑弹簧 11. 隔振弹簧 12. 电动机 13. 底座

图 4 反共振制样粉碎机结构示意图

4 反共振机械的模糊可靠性分析

反共振制样粉碎机的反共振频率 ω_0 与参振质量及支承弹簧刚度有关, 参振质量是由振动台板、击块、击环等构成. 击块、击环移动时会对参振质量产生一定影响(即 m_2 会在一定范围内变化), 假定反共振频率 ω_0 服从正态分布: $\omega_0 \sim N(\mu_{\omega_0}, \sigma_{\omega_0})$. 而且电动机转动也会因为电压波动等外界原因产生影响, 它 also 具有随机性, 假设电动机转速也符合正态分布: $\omega_j \sim N(\mu_{\omega_j}, \sigma_{\omega_j})$. 令 $\omega = \omega_j - \omega_0$, 由统计学知识可知, 也是服从正态分布的随机变量, 其概率密度函数为:

$$p(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_\omega} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\omega}{\sigma_\omega}\right)^2} \quad (6)$$

式中: μ_ω 为 ω 的均值; σ_ω 为 ω 的标准差.

$$\begin{cases} \mu_\omega = \mu_{\omega_j} - \mu_{\omega_0} \\ \sigma_\omega = (\sigma_{\omega_j}^2 + \sigma_{\omega_0}^2)^{\frac{1}{2}} \end{cases} \quad (7)$$

由工程模糊概率论的知识[7]可知,反共振机械发生反共振的模糊可靠度为:

$$R = \int_{-\infty}^{+\infty} \mu(\omega_j) \cdot p(\omega) d\omega_j \quad (8)$$

将式(5)、式(6)、式(7)代入式(8)可得

$$R = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_\omega} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\left(\frac{\mu_\omega - \mu_{\omega_0}}{0.06\mu_{\omega_0}}\right)^2} \cdot e^{-\left(\frac{\mu_{\omega_j} - \mu_{\omega_0}}{2\sigma_\omega}\right)^2} d\omega_j \quad (9)$$

对上式进行积分可得反共振机械模糊可靠度^[7]的计算公式

$$R = \sqrt{\frac{(0.06\mu_{\omega_0})^2}{2\sigma_\omega^2 + (0.06\mu_{\omega_0})^2}} \quad (10)$$

上式即为反共振机械的模糊可靠度计算公式,当反共振式机械已经设计出来时,用式(10)即可计算出该机械的模糊可靠度;若用来设计反共振机械时,取反共振机械的工作频率均值与所选激振器的频率均值相等,根据给定的模糊可靠度,由式(10)即可计算出 σ_ω^2 ,进一步可计算出反共振式机械的弹簧刚度的允许偏差.以保证反共振机械能够有效地工作.

5 反共振制样粉碎机算例分析

有一反共振制样粉碎机,其结构简图如图4所示,由于振动过程中击块、击环移动时会对参振质量产生一定影响,参振质量实质上是一个随机变化的过程,参振质量为:18 kg ± 1 kg,制样粉碎机上装有带偏心轮的电机,转速为1 400 r/min ± 50 r/min,电动机及安装框架质量为30 kg,模糊反共振可靠度为0.9时,振动弹簧的刚度.

激振频率 ω_j 可是随机变量,假定其服从正态分布:

$$\omega_j \sim N(\mu_{\omega_j}, \sigma_{\omega_j}) \quad (11)$$

$$\text{式中:} (\mu_{\omega_j}, \sigma_{\omega_j}) = \left(\frac{1\,400 \times 2\pi}{60}, \frac{50 \times 2\pi}{60 \times 3} \right) \\ = (146.608, 1.745) \quad (12)$$

质量也是服从正态分布的一个随机变量: $(\mu_{m_2}, \sigma_{m_2}) = (18, 0.333) \text{ kg}$ 考虑到反共振时要求 $\mu_{\omega_j} = \mu_{\omega_0}$,由式(2)可知振动弹簧的刚度均值应为:

$$\mu_{k_2} = \mu_{m_2} \mu_{\omega_j}^2 = 18 \times 146.6^2 = 386\,848.08 \text{ N/m} \quad (13)$$

由式(2)根据可靠性理论^[8]可推导出反共振频

率的标准差为:

$$\sigma_\omega = \frac{1}{2\mu_{m_2}^2} \sqrt{\frac{\mu_{m_2}}{\mu_{k_2}} \sqrt{\mu_{m_2}^2 \sigma_{k_2}^2 + \mu_{k_2}^2 \sigma_{m_2}^2}} \quad (14)$$

因为 $\omega = \omega_j - \omega_0$,且 ω_j, ω_0 均服从正态分布,故 ω 也服从正态分布,且有:

$$\sigma_\omega = (\sigma_{\omega_j}^2 + \sigma_{\omega_0}^2)^{\frac{1}{2}} \quad (15)$$

由(14)、(15)可知:

$$\sigma_\omega^2 = \sigma_{\omega_j}^2 + \frac{1}{4\mu_{m_2}\mu_{k_2}} \left[\sigma_{k_2}^2 + \left(\frac{\mu_{k_2}}{\mu_{m_2}} \right)^2 \sigma_{m_2}^2 \right] \quad (16)$$

$$\text{故有: } \sigma_{k_2} = \sqrt{4\mu_{m_2}\mu_{k_2}(\sigma_\omega^2 - \sigma_{\omega_j}^2) - \left(\frac{\mu_{k_2}}{\mu_{m_2}} \right)^2 \sigma_{m_2}^2} \quad (17)$$

将算例中的数据代入可得:

$$\sigma_{k_2} = 10\,799.5 \text{ N/m}$$

根据3倍标准差原则弹簧刚度的许可偏差为:

$$\Delta k_2 = 3\sigma_{k_2} = 32\,398.5 \text{ N/m}$$

所以在满足模糊可靠度0.9的情形下,振动弹簧的刚度应设计为:386 848 ± 32 398.5 N/m

6 结论

本文把模糊概率论和多自由度反共振理论结合起来,从反共振制样粉碎机实例出发,分析反共振频率的随机性、电动机转速的随机性、振动弹簧的不均匀性推导出了表达反共振区模糊子集的隶属函数及计算反共振机械模糊可靠度的计算公式,用此公式可以对反共振式机械进行模糊可靠性检验和设计.

参考文献:

- [1] 倪振华. 振动力学[M]. 西安:西安交通大学出版社. 1989.
- [2] 闻邦椿,刘凤翥. 振动机械的理论及应用[M]. 北京:机械工业出版社. 1982.
- [3] 黄志超. 多自由度反共振制样粉碎机的分析与设计. 机械制造[J]. 2000(11):26—28.
- [4] 黄志超,何友义,刘志方,等. 多自由度电磁振动给料机设计. 南昌大学学报(工科版)[J]. 1998(1):58—61
- [5] 张功学,孟志强,朱均. 共振机械的模糊可靠性理论分析. 机械设计[J]. 2001(1):27—29.
- [6] 汪荣鑫. 数理统计. 西安:西安交通大学出版社[M]. 1996.

(下转第142页)

$$\begin{cases} k, & i=1; \\ 4k, & i=2; \\ 2k+1+(i-4)/2, & i=4, 6, \dots, 3k; \\ 5k-(i-3)/2, & i=3, 5, \dots, 2k+1; \\ 5k-(i-1)/2, & i=2k+3, 2k+5, \dots, 3k+1; \end{cases}$$

当 k 为奇数时, 定义

$$\theta(y_i) = \begin{cases} k, & i=1; \\ 4k, & i=2; \\ 2k+1+(i-4)/2, & i=4, 6, \dots, 3k+1; \\ 5k-(i-3)/2, & i=3, 5, \dots, 2k+1; \\ 5k-(i-1)/2, & i=2k+3, 2k+5, \dots, 3k; \end{cases}$$

由定义, θ 在 C_{4k} 顶点集上函数值的集合为:

$$\{0, 1, \dots, k-1\} \cup \{k+1, k+2, \dots, 2k\} \cup \{5k+1, \dots, 7k-1, 7k\},$$

θ 在 P_{3k+1} 顶点集上函数值的集合, 当 k 为偶数时为:

$$\{k\} \cup \{4k\} \cup \{2k+1, \dots, 7k/2-1\} \cup \{4k+1, \dots, 5k\} \cup \{7k/2, \dots, 4k-1\},$$

当 k 为奇数时为

$$\{k\} \cup \{4k\} \cup \{2k+1, \dots, (7k-1)/2\} \cup \{4k+1, \dots, 5k\} \cup \{(7k+1)/2, \dots, 4k-1\},$$

由 θ 函数值的集合, 容易求得它在 C_{4k} 边上的诱导值集合为: $\{3k+1, \dots, 7k\}$, 在 P_{3k+1} 边上的诱导值集合为: $\{1, 2, \dots, 3k\}$. 显然 θ 是优美标号, 则在此标号下, $C_{4k} \cup P_{3k+1}$ 是优美图.

参考文献:

- [1] 杨燕昌, 王广选. 图 $P_n \cup P_m$ 的优美性初探[J]. 北京工业大学学报, 1993, 19(4): 15—26.
- [2] 杨燕昌, 王广选. 一些图 $P_n \cup P_m$ 的优美性[J]. 广西大学学报(自然科学版), 1993, 18(2): 87—94.
- [3] Gallian J A. A dynamic survey of graph labeling[J]. The E J of Combinatorics, 2001, 12.
- [4] 梁志和. 关于图标号问题[J]. 河北师范大学学报(自然科学版), 2000, 24(3): 300—303.
- [5] 高印芝. 图 $C_n \cup P_4$ 的优美性(I)[J]. 河北师范大学学报(自然科学版), 1999, 23(1): 19—22.
- [6] 马克杰. 优美图[M]. 北京: 北京大学出版社, 1991.

On the Gracefulness of Some Graphs $C_{4k} \cup P_n$

SONG Qing-hua

(School of Basic Sciences, East China Jiaotong University, Nanchang 330013, China)

Abstract: Graceful labelings of $C_{4k} \cup P_n$ is given when $n = k+2, 2k+1, 2k+2, 2k+3, 3k, 3k+1$.

Key words: cycle; path; gracefulness; labeling

(上接第 131)

- [7] 李洪兴, 汪群, 段钦治, 等. 工程模糊数学方法及应用天津[M]. 科学技术出版社, 1991.
- [8] 胡昌寿. 可靠性工程—设计、试验、分析、管理(上册)[M]. 北京: 宇航出版社, 1989.

- [9] 杨松林. 工程模糊论方法及其应用[M]. 北京: 国防工业出版社, 1996.
- [10] 张骏华. 结构可靠性设计与分析[M]. 北京: 宇航出版社, 1989.

Theoretical Analysis on Fuzzy Reliability of Multi-degree-of-freedom Anti-resonant Machinery

HUANG Zhi-chao

(School of Mechanical and Electronic Engineering, East China Jiaotong University, Nanchang 330013, China)

Abstract: The paper shows the membership function of anti-resonance fuzzy subject and the equation of fuzzy reliability, by combining fuzzy probability and multi-degree-of-freedom anti-resonance theory and analyzing the anti-resonance frequency randomness, the electromotor rotate speed randomness and vibration spring asymmetry. The equation can help to prove fuzzy reliability and design. Some examples are provided.

Key words: anti-resonance; fuzzy reliability; membership function; multi-degree-of-freedom