文章编号:1005－0523(2006)01－0137－02

关于 $C_n \vee S_n$ 的点可区别的均匀边染色

王治文,闫丽宏

(兰州交通大学 数理与软件工程学院,甘肃 兰州 730070)

摘要:研究了联图 $C_n \vee S_n$ 的均匀边染色.主要证明了:当 n=3 时,此图的点可区别的均匀边色数为 T,当 n≥4 时为 2n.

关　键　词:图;圈;星;联图;点可区别的边染色;点可区别的均匀边染色

中图分类号:O175.5　　　　**文献标识码**:A

1　引言

定义 1　令 G 为一简单图,k 是正整数,f 是从 $E(G)$ 到 $\{1,2,\cdots,L,k\}$ 的一个映射并且对相邻边 e,e',满足 $f(e)\neq f(e')$,那么称 f 是图 G 的 k－正常边染色,我们称 $\chi'(G)=\min\{k\mid k-\text{PEC}\ of\ G\}$ 为 G 的正常边色数.

定义 2[1]　设 f 是简单图 G 的一个 k－正常边染色法,如果对 $\forall$ u,$\upsilon\in V(G)$,$u\neq\upsilon$,都满足 $C(u)\neq C(\upsilon)$,则 f 被称为图 G 的一个 k－点可区别的边染色法.(简记为 k－VDEC),且 $\chi'_{\upsilon d}(G)=\min\{k\mid k-VDEC\ of\ G\}$ 被称为图 G 的点可区别的边色数,其中 $C(u)=\{f(u\upsilon)\mid u\upsilon\in E(G)\}$.显然,对于无孤立边且最多只有一个孤立点的简单图,$\chi'_{\upsilon d}(G)$ 是存在的,这样的图被称为VDEC－图.

定义 3[2]　对VDEC－图,设 n_i 是图 G 中度数为 i 的点的个数.$\mu(G)=\min\{\mu\mid\binom{\mu}{i}\geq n_i,\delta\leq i\leq\triangle\}$ 被称为图 G 的组合度.

定义 4[2]　对于一个VDEC－图 G,设 f 是图 G 的一个 k－$VDEC$ 法,且 $\|E_i|-|E_j\|\leq 1$,$i,j=1,2,L,k$,其中 $E_i=\{e\in E(G)\mid f(e)=i\}(i\in\{1,2,L,k\})$,$k$ 是一个正整数,则 k 被称为 k－点可区别的均匀边染色法,简记为 k－VDEE of G.且 $\chi'_{vde}=\min\{k\mid k-VDEEofG\}$ 被称为点可区别的均匀边色数.

定义 5[3]　对点,边均不交的简单图 G,H,$V(G\vee H)=V(G)UV(H)$,

$E(G\vee H)=E(G)UE(H)U\{uv\mid u\in V(G),v\in E(H)\}$ 则称 $G\vee H$ 为 G 和 H 的联图

猜想[2]　设 G 是VDEC－图,则 $\chi'_{vde}(G)\leq\mu(G)+1$.

本文所涉及的其他术语、符号请参见文献[3].

2　主要结果

定理 1　$\chi'_{vde}(C_n\vee S_n)=\begin{cases}7 & n=3\\ 2n & n\geq 4\end{cases}$

证明:经过计算可知:$\mu(C_n\vee S_n)=\begin{cases}7 & n=3\\ 2n & n\geq 4\end{cases}$,设 $C_n=u_1u_2L\ u_nu_1$,$V(S_n)=\{v_i\mid i=0,1,L,n\}$,$E(S_n)=\{v_0v_i\mid i=1,2,L,n\}$.

情况 1　当 $n=3$ 时,设色集合 $C=\{1,2,3,4,5,6,7\}$,令 f 为:$f(v_0v_1)=f(v_2u_1)=f(u_3u_2)=1$;$f(v_0v_3)=f(v_2u_3)=f(v_1u_2)=2$;$f(v_0v_2)=f(v_1u_1)=f(u_3u_3)=3$;$f(v_0u_1)=f(v_1u_3)=f(v_2u_2)=4$;$f(u_1u_2)=f(v_0u_3)f(u_1u_2)=f(v_0u_3)=5$;$f(v_0u_2)=f$

收稿日期:2005－06－22

作者简介:王治文(1977－),陕西华县人,硕士研究生.

$(u_1u_3)=6$；$f(v_3u_1)=f$，$u_2u_3)=7$；并且 $|E_i|=3$，$i=1,2,3,4$；$|E_i|=2$，$i=5,6,7$. 由此可知，f 是 $7-$VDEEC 法.

情况 2　当 $n=4$ 时，设色集合 $C=\{1,2,3,4,5,6,7,8\}$，令 f 为：$f(v_0v_1)=f(v_2u_1)=f(u_3u_2)=f(v_4u_3)=1$；$f(v_0u_1)=f(v_3u_3)=f(v_4u_4)=5$；$f(v_0v_4)=f(v_3u_4)=f(v_2u_3)=f(v_1u_2)=2$；$f(v_0u_3)=f(v_4u_2)=f(u_1u_4)=6$；$f(v_0v_3)=f(v_1u_1)=f(v_2u_2)=f(u_3u_4)=3$；$f(v_0u_4)=f(v_1u_3)=f(u_1u_2)=7$；$f(v_0v_2)=f(v_1u_4)=f(v_4u_1)=f(u_2u_3)=4$；$f(v_0u_2)=f(v_2u_4)=f(v_3u_1)=8$. 并且 $|E_i|=4$，$i=1,2,3,4$；$|E_i|=3$，$i=5,6,6,8$. 由此可知，f 是 $8-$VDEEC 法.

情况 3　当 $n\geq5$ 时，设色集合 $C=\{1,2,l,2n-2,2n-1,0\}$.

情况 3.1　当 $n=0(\mathrm{mod}2)$ 时，

情况 3.1.1　当 $n=6$ 时，设色集合 $C=\{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11\}$，令 f 为：

$f(v_0v_i)=i$，$i=1,2,3,4,5,6$；$f(v_0u_i)=6+i(\mathrm{mod}12)$，$i=1,2,3,4,5,6$；

$f(u_iv_j)=6+i+j(\mathrm{mod}12)$，$i=1,2,3$；$j=1,2,L,6$；$f(u_iv_j)=i+j-3$，$i=4,5,6$；$j=1,2,L,6$；

$f(u_iu_{i+1})=i+5$，$i=1,2,3,4,5$；$f(u_nu_1)=12-VDEEC$. $|E_i|=4$，$i=0,1,3,4,5,11$；$|E_i|=5$，$i=2,6,7,8,9,10$.

由此染法可知，f 是 $12-$VDEEC 法.

情况 3.1.2　当 $n\geq8$ 时，令 f 为：$f(v_0v_i)=i$，$f(v_0u_i)=n+i(\mathrm{mod}2n)$，$i=1,2,L\ n$；$f(v_iv_j)=n+i+j(\mathrm{mod}\ 2n)$，$i=1,2,L,\frac{n}{2}$；$j=1,2,L,n$；$f(u_iv_j)=i+j-\frac{n}{2}$，$i=\frac{n}{2}=1,\frac{n}{2}=2,L,n$；$j=1,2,L,n$；$f(u_iu_{i+1})=n+i-2$，$i=1,2,L,n-1$，$f(u_nu_1)=2$. 并且 $|E_i|=(n+2)/2$，$i=0,1,3,4,L,n-2,2n-2,2n-1$；$|E_j|=(n+4)/2$，$i=2,n-1,n,L,2n-3$，$n\equiv1(\mathrm{mod}2)$.

情况 3.2　当 $n\equiv1(\mathrm{mod}2)$ 时，令 f 为：$f(v_0v_i)=n+i(\mathrm{mod}\ 2n)$，$f(v_0u_i)=i$，$i=1,2,L,n$；$f(u_iv_j)=n+i+j(\mathrm{mod}\ 2n)$，$i=1,2,L,n$；$j=1,2,L,\frac{n-1}{2}$；$f(v_iv_j)=i+j-\frac{n-1}{2}$，$i=1,2,L,n$；$j=\frac{n-1}{2}+1,\frac{n-1}{2}+2,L,n$；$f(u_iu_{i+1})=i-1$，$i=1,2,L,\frac{n+3}{2}$；$f(u_iu_{i+1})=n+i-1$，$i=\frac{n+3}{2}+1,\frac{n+3}{2}+2,L,n$（其中 $u_{n+1}=u_1$）. 而且，$|E_i|=(n+3)/2$，$i=0,1,L,2n-1$.

综上所述，根据定义可知，映身 f 是图 $C_n\vee S_n$ 的一个$(2n)-$VDEEC 法.

参考文献：

[1] C. Burris and R. H. Schelp, Vertex-distinguishing proper edge-colorings. J. of Graph Theory, 26(2)(1997)73-82.

[2] Zhang Zhongfu, Wang Zhiwen, Wang Wenjie, etc. On the vertex distinguishingequitable edge coloring of graph. Applied Mathematics Letters, to appear.

[3] J. A. Bondy and U. S. R. Murty, Graph Theory with applications, The Macmillan press Ltd, New York, 1976.

On the Vertex Distinguishing Equitable Edge Coloring of $C_n\vee S_n$

WANG Zhi-wen, YAN Li-hong

(School of Mathematics, Physics and Software Engineering, Lanzhou Jiaotong University, Lanzhou 730070, China.)

Abstract: In this paper, we discuss the vertex distinguishing equitable edge-coloring of $C_n\vee S_n$.

Key words: graph; star; the vertex distinguishing edge coloring; the vertex distinguishing equitable edge coloring.