

文章编号: 1005-0523(2006)01-0143-05

均衡二分图中含有大圈的 2-因子的度和条件

刘 琼¹, 刘展鸿¹, 熊黎明²

(1. 江西师范大学 数学与信息科学学院, 江西 南昌 330022; 2. 北京理工大学 数学系, 北京 100081)

摘要: 设 $G=(V_1, V_2; E)$ 是一个二分图, 满足 $|V_1|=|V_2|=n \geq sk+1$ 且, 其中 $s \geq 4, k \geq 1$ 是两个正整数. 定义 G 中不相邻两点的
最小度和为 $\sigma_2(G) = \min\{d_G(u) + d_G(v) : u, v \in V(G), uv \notin E(G)\}$. 在这篇文章中, 我们证明了如果 $\sigma_2(G) \geq (1 - \frac{1}{s})n + 2$,
则 G 有一个 2-因子包含 k 个长至少为 $2s$ 的点不交的圈

关键词: 均衡二分图; 圈; 大圈; 2-因子

中图分类号: O157.5

文献标识码: A

1 引言

本文考虑有限简单图, 即不含重边和环的有限图. 用 $G=(V_1, V_2; E)$ 表示一个图, G 的顶点数表示为 $|G|=|V|$, 边数表示为 $e(G)=|E|$. G 的一个哈密顿圈为包含 G 的每个顶点的圈. G 的一个 2-因子为 G 的一个 2-正则生成子图. 显然, G 的一个 2-因子的每个分支为一个圈. 用 C 表示一个圈, $l(C)$ 表示 C 的长, 即 C 的顶点的个数. G 的子图的集合 A 称为点不交的, 如果 A 中任意两个子图没有公共点. 对一个二分图 $G=(V_1, V_2; E)$, 如果 $|V_1|=|V_2|$, 则 G 被称为均衡二分图. 令 H 为 G 的子图, 我们用 $d(x, H)$ 表示 x 在 H 中的度, 即 $V(H)$ 中与 x 相邻的点的个数. 记 G 的不相邻点的最小度和为 $\sigma_2(G) = \min\{d_G(u) + d_G(v) : u, v \in V(G), uv \notin E(G)\}$. 此外, 定义 $\delta_{1,1}(G) = \min\{d_G(x) + d_G(y) : x \in V_1, y \in V_2, xy \notin E(G)\}$. 没有说明的术语和概念, 请参阅文献 [1]. 许多学者研究了均衡二分图中含有 2-因子的度条件^{[3][5][7][8]}, 并得出了许多重要的结论. Moon 和 Moser^[8]证明了如下结果:

定理 A 设图 $G=(V_1, V_2; E)$ 为一个二分图, 满足 $|V_1|=|V_2|=n \geq 2$, 如果 $\delta_{1,1}(G) \geq (n+1)$, 则 G 是哈密顿图.

在不考虑均衡二分图的 2-因子的圈的长度时, H. Wang^[5]研究了均衡二分图含有包含 k 个圈的 2-因子的最小度条件(其中 k 为正整数), 得出下面定理:

定理 B 设 $G=(V_1, V_2; E)$ 为一个二分图, 满足 $|V_1|=|V_2|=n \geq 2k+1$, 其中 k 为正整数, 如果 $\delta(G) \geq \frac{n}{2} + 1$, 则 G 含一个 2-因子包含 k 个点不交的圈.

文献 [7] 将定理 B 中的最小度条件推广为不相邻两点的度和条件, 得出以下定理:

定理 C 设 $G=(V_1, V_2; E)$ 为一个二分图, 满足 $|V_1|=|V_2|=n \geq 2k+1$, 其中 k 为正整数, 如果 $\sigma_2(G) \geq n+2$, 则 G 含一个 2-因子包含 k 个点不交的圈.

在考虑均衡二分图含有包含大圈的 2-因子时, 颜谨, 刘桂真^[3]证明了如下结果:

定理 D 设 $s \geq 3, k \geq 2$, 为两个正整数, $G=(V_1, V_2; E)$ 为一个二分图, 满足 $|V_1|=|V_2|=n \geq$

收稿日期: 2005-07-20

作者简介: 刘 琼(1982-), 男, 江西宜春人, 在读研究生.

中国知网 <https://www.cnki.net>

sk . 如果 G 的最小度 $\delta(G) \geq (1 - \frac{1}{s})n^2 + 1$, 则 G 有一个 2-因子包含 k 个长至少为 $2s$ 的点不交的圈.

类似于[7]中定理 C 对定理 B 的推广, 我们以定理 D 为基础, 证明了如下定理:

定理 1 设 $s \geq 4, k \geq 1$ 是两个正整数, $G = (V_1, V_2; E)$ 是一个二分图, 满足 $|V_1| = |V_2| = n \geq sk + 1$. 如果图 G 不相邻的两个点的最小度和 $\sigma_2(G) \geq (1 - \frac{1}{s})n^2 + 2$, 则 G 有一个 2-因子包含 k 个长至少为 $2s$ 的点不交的圈.

定理 1 的证明将在第三节中给出.

2 预备知识

在本文中, 我们总是假定图 $G = (V_1, V_2; E)$ 为一个均衡二分图, 满足 $|V_1| = |V_2| = n \geq 2$. 设 r, s, t 为三个正整数. 我们称均衡二分图 $G = (V_1, V_2; E)$ 为偶哈密顿连通的, 如果对任意一对点 $u \in V_1, v \in V_2$, 存在一条从 u 到 v 的哈密顿路. 我们先介绍几个引理.

引理 2.1^[3] 设 $P = x_1 \cdots x_p$ 为 G 的一条路, 满足 $x_1 \in V_1$, 其中 $p = 2r + d, d = 0$ 或 1 . 设 $y \in V(G) - V(P)$ 且 $y \in V_2$. 如果 $d(y, P) + d(x_1, P) \geq r + 1$, 则 G 有一条路 P^* 使得 $V(P^*) = V(P) \cup \{y\}$.

引理 2.2^[4] 设 $t > s$ 为两个正整数, C 为 G 中一个长为 $2t$ 的圈, 点 $\omega \in G - V(C)$. 如果 $d(\omega, C) > (s + 1)/2$, 则 $C + \omega$ 包含一个圈 C^* 满足 $2s \leq l(C^*) < 2t$.

引理 2.3^[4] 设 $s \geq 3$ 是一个整数, C 为 G 中一个长为 $2s$ 的圈. 设 x, y 为 $G - V(C)$ 中两个点使得 $x \in V_1, y \in V_2$. 如果 $d(x, C) + d(y, C) \geq 2s - 1$, 则在 C 中存在两点 $u \in V_1, v \in V_2$, 使得 $C - u + x$ 包含一个长为 $2s$ 的圈且 $uy \in E(G), C - v + y$ 包含一个长为 $2s$ 的圈且 $vx \in E(G)$.

引理 2.4^[5] 设 C 是一个圈, P 是 G 中一条以 $u \in V_1, v \in V_2$ 为端点的路, 使得 $V(C) \cap V(P) = \Phi$. 设 $l(C) = 2q$. 如果 $d(u, C) + d(v, C) \geq q + 1$, 则 G 有一个圈 C^* 满足 $V(C^*) = V(C \cup P)$.

引理 2.5^[2] 如果对 G 中任意不相邻的两点 $x \in V_1, y \in V_2$, 有 $d(x) + d(y) \geq n + 2$, 则 G 是偶哈密顿连通的.

引理 2.6^[6] 假设 G 有一条哈密顿路, 且对 G 的任意一条哈密顿路的两个端点 u, v , 有 $d(u) + d$

$(v) \geq k$ 成立, 这里 $k > n$ 是一个整数, 则对任意的 $x \in V_1, y \in V_2$, 有 $d(x) + d(y) \geq k$.

引理 2.7^[2] 设 $P = x_1 y_1 \cdots x_k y_k$ 是 G 的一条路, 满足 $k \geq 2$. 如果 $d(x_1, P) + d(y_k, P) \geq k + 1$, 则 G 有一个圈 C 使得 $V(C) = V(P)$.

此外, 我们还将用到颜谨^[6]的如下定理:

定理 E 设 $s \geq 4, k \geq 1$ 是两个正整数, $G = (V_1, V_2; E)$ 是一个二分图, 满足 $|V_1| = |V_2| = n \geq sk + 1$. 如果对图 G 满足 $\delta_{1,1}(G) \geq (1 - \frac{1}{s})n^2 + 2$, 则 G 包含 k 个长至少为 $2s$ 的点不交的圈.

3 定理 1 的证明

我们模仿颜谨, 刘桂真^[3]的方法来证明定理 1.

设 $s \geq 4, k \geq 1$ 是两个正整数, $G = (V_1, V_2; E)$ 是一个二分图, 满足 $|V_1| = |V_2| = n \geq sk + 1$, 使得图 G 不相邻两个点的最小度和 $\sigma_2(G) \geq (1 - \frac{1}{s})n^2 + 2$. 当 $k = 1$ 时, 因为 $\sigma_2(G) \geq \frac{3}{2}n + 2 > n + 1$, 所以 $\delta_{1,1}(G) \geq \sigma_2(G) > (n + 1)$, 由定理 A, G 有一个哈密顿圈. 下面我们假设 $k \geq 2$. 由定理 E, G 包含 k 个长至少为 $2s$ 的点不交的圈. 我们将证明以下几个断言.

断言 1 G 包含 k 个点不交的圈 C_1, \dots, C_k , 每个圈的长至少为 $2s$, 使得 $G - V(\cup_{i=1}^k C_i)$ 包含一条哈密顿路.

断言 1 的证明: 我们在 G 中选取 k 个长至少为 $2s$ 的点不交的圈 C_1, \dots, C_k , 使得 $\sum_{i=1}^k l(C_i)$ 是最小的 (1), 在满足 (1) 的前提下, 我们选取 C_1, \dots, C_k , 使得 $G - V(\cup_{i=1}^k C_i)$ 中最长的路的长度最大 (2)

设 $H = \cup_{i=1}^k C_i, D = G - V(H)$ 且 $|D| = 2d$. 如果 $d = 0$, 定理 1 已得证. 现在假设 $d \geq 1$. 令 $l(C_i) = 2n_i, i \in \{1, \dots, k\}$. 显然, $n_i \geq s$ 且 $n = \sum_{i=1}^k n_i + d$. 不失一般性, 设 $P = x_1 \cdots x_p$ 为 D 中最长的路, 满足 $x_1 \in V_1, p = 2r + \epsilon$, 这里 $\epsilon = 0$ 或 1 . 假定断言 1 不成立, 即 $p < 2d$. 设 $D' = D - V(P)$, 则存在一个点 $u \in D' \cap V_2$, 由 (2) 和引理 2.1, $d(x_1, P) + d(u, P) \leq r$. 此外, 显然有 $d(x_1, D') = 0$, 且 $d(u, D') \leq d - r$, 则由不相邻点的最小度和假设 $\sigma_2(G) \geq (1 - \frac{1}{s})n^2 + 2$, 可得

$$d(x_1, H) + d(u, H) \geq (1 - \frac{1}{s})n^2 + 2 - (d -$$

$$r+r) \geq 2(1-\frac{1}{s}) \sum_{i=1}^k n_i + 1$$

这表明存在 H 中的某个圈 C_i , 使得 $d(x_1, C_i) + d(u, C_i) \geq (2-\frac{2}{s})n_i + 1$.

因为 $n_i \geq s$, 所以我们可以得到 $d(x_1, C_i) + d(u, C_i) \geq 2s - 1$. 由引理 2.2 和 (1), 我们可得 $l(C_i) = 2s$. 由引理 2.3, 存在一个点 $x_0 \in V(C_i) \cap V_2$ 使得 $x_0x_1 \in E(G)$ 且 $C'_i = C_i - x_0 + u$ 包含一个长为 $2s$ 的圈. 用 C'_i 替换 C_i , 则我们得到 D 的一条路 $P' = x_0x_1 \cdots x_p$, 与 (2) 相矛盾, 所以 $p = 2d$. 这就证明了断言 1.

断言 2 G 有一个 2-因子至少包含 k 个圈, 每个圈的长至少为 $2s$.

断言 2 的证明: 我们先定义 $S = \{u \in V(G) : d(u) < (1-\frac{1}{s})n^2 + 1\}$. 若 $S = \Phi$, 则 $\delta(G) \geq (1-\frac{1}{s})n^2 + 1$, 由定理 D, G 有一个 2-因子包含 k 个圈, 每个圈的长至少为 $2s$. 则定理 1 得证. 若 $S \neq \Phi$, 对于 S 中的任意一点 u , 不妨假设 $u \in S \cap V_1$, 由 $\sigma_2(G) \geq \mathcal{F}(1-\frac{1}{s})n^2 + 2$ 可知对 $v \in V_1$ 且 $v \neq u$, 有 $d(v) \geq (1-\frac{1}{s})n^2 + 1$, 所以 $G[V(S)]$ 为 G 的一个点或一条边. 此外, 因为 G 的最大度 $\Delta(G) \leq n$, $\sigma_2(G) \geq \mathcal{F}(1-\frac{1}{s})n^2 + 2$, 则对任意 $x \in V(G)$, 我们有 $d(x) \geq \sigma_2(G) - \Delta(G) \geq \frac{3}{2}n + 2 - n$, 即 $\delta(G) \geq \frac{1}{2}n + 2$. 设 t 是使得 G 包含 t 个点不交的并且长至少为 $2s$ 的圈 C_1, \dots, C_t 和 $G - V(\cup_{i=1}^t C_i)$ 含一条哈密顿路的最大整数 (注意到 $G - V(\cup_{i=1}^t C_i)$ 可能是 Φ). 在满足上述条件的前提下, 我们选取 t 个长至少为 $2s$ 的圈 C_1, \dots, C_t , 使得 $\sum_{i=1}^t l(C_i)$ 尽可能大. 由断言 1, $t \geq k$. 设 $l(C_i) = 2n_i, i \in \{1, \dots, t\}, D = G - V(\cup_{i=1}^t C_i)$. 显然, $n_i \geq s, i \in \{1, \dots, t\}$. 假设断言 2 不成立, 即 $D \neq \Phi$. 我们设 $|D| = 2d, p = x_1 \cdots x_{2d}$ 是 D 的一条哈密顿路. 我们分两种情形来讨论.

情形 1 $x_1x_{2d} \notin E(G)$

由 $\sum_{i=1}^t l(C_i)$ 的最大性和引理 2.4, $d(x_1, C_i) + d(x_{2d}, C_i) \leq n_i, i \in \{1, \dots, t\}$. 因此, $d(x_1, D) + d(x_{2d}, D) \geq 2(1-\frac{1}{s})(\sum_{i=1}^t n_i + d) + 2 - \sum_{i=1}^t n_i = (1-\frac{2}{s})\sum_{i=1}^t n_i + (2-\frac{2}{s})d$

因为 $n_i \geq s, t \geq k \geq 2$, 我们有 $d(x_1, D) + d(x_{2d}, D) \geq t(s-2) + (2-\frac{2}{s})d + 2 \geq 2s - 1$ 这表明 $d(x_1, D) \geq s$, 或 $d(x_{2d}, D) \geq s$. 易见 D 中存在一个长至少为 $2s$ 的圈, 与 t 的最大性矛盾. 所以在这种情形下, 断言 2 成立.

情形 2 $x_1x_{2d} \in E(G)$. 我们又分两种子情形来讨论.

情形 2.1 $|D| > 2$, 由断言 1, 此时 D 为一哈密顿圈. 由 G 为均衡二分图, 且上面定义的集合 S 所包含的顶点个数至多为 2, 所以在 D 中存在两点 $u \in V_1 \cap D, v \in V_2 \cap D$, 满足 $u, v \neq S$, 使得 D 中有一条以 u, v 为端点的哈密顿路, 我们把这条路记为 P . 注意到 $d(u) \geq (1-\frac{1}{s})n^2 + 1, d(v) \geq (1-\frac{1}{s})n^2 + 1$. 由 $\sum_{i=1}^t l(C_i)$ 的最大性和引理 2.4, 对 $i \in \{1, \dots, t\} d(u, C_i) + d(v, C_i) \leq n_i, d(u, D) + d(v, D) \geq 2(1-\frac{1}{s})(\sum_{i=1}^t n_i + d) + 2 - \sum_{i=1}^t n_i = (1-\frac{2}{s})\sum_{i=1}^t n_i + (2-\frac{2}{s})d + 2$ 与情形 1 证明相似, 我们可得在此情形下, 断言 2 成立.

情形 2.2 $|D| = 2$

由断言 1, D 为哈密顿路. 我们记 $D = uv$. 因为 $\delta(G) \geq \frac{1}{2}n + 2$, 且 $d(u, D) = 1, d(v, D) = 1$, 所以 $d(u, H) + d(v, H) \geq n + 4 - 2 = n + 2 = \sum_{i=1}^t n_i + 2 + 2 > \sum_{i=1}^t n_i + 1$. 于是存在 H 中的某个圈 C_i , 使得 $d(u, C_i) + d(v, C_i) > n_i + 1$. 由引理 2.4, $G[C_i \cup D]$ 包含一个长至少为 $2s + 2$ 圈, 与 $\sum_{i=1}^t l(C_i)$ 的最大性相矛盾. 这就证明了情形 2.2 时, 断言 2 成立. 至此, 我们完成了断言 2 的证明.

由断言 2, 设 m 是满足 $m \geq k$ 且使得 G 有一个 2-因子 H 包含 m 个长至少为 $2s$ 的圈的最小正整数. 取 H 的这 m 个圈为 C_1, \dots, C_m . 设 $G_i = G[V(C_i)], l(C_i) = 2n_i, i \in \{1, \dots, m\}$. 显然, $n = \sum_{i=1}^m n_i$. 如果 $m = k$, 则定理 1 得证. 现在我们假设 $m > k$

断言 3 设 $m > k \geq 2$ 是两个正整数, 如果 G 有一个 2-因子包含 m 个长至少为 $2s$ 的点不交的圈, 则 G 有一个 2-因子包含 $m - 1$ 个长至少为 $2s$ 的点不交的圈.

断言 3 的证明: 我们分两种情形来讨论.

情形 1 存在某个 $C_i, i \in \{1, \dots, m\}$, 使得 G_i

不是偶哈密顿连通的.

不失一般性,我们假设 G_1 不是偶哈密顿连通的. 则由引理 2.5 和引理 2.6, 在 G_1 存在一条哈密顿路, 它的两个端点为 $u \in V_1, v \in V_2$, 使得 $d(u, C_{1_i}) + d(v, C_{1_i}) \leq n_1 + 1$. 因为 $\delta(G) \geq \frac{1}{2}n + 2$, 则 $d(u, H - C_1) + d(v, H - C_1) \geq \sum_{i=1}^m n_i + 4 - (n_1 + 1) > \sum_{i=2}^m n_i + 1$

这表明在 $H - C_1$ 中存在某个 C_i , 使得 $d(u, C_i) + d(v, C_i) > n_i + 1$. 由引理 2.4, $G[V(C_1 \cup C_i)]$ 包含一个长至少为 $4s$ 的哈密顿圈. 所以 G 有一个 2-因子包含 $m-1$ 个长至少为 $2s$ 的点不交的圈.

情形 2 对所有 $i \in \{1, \dots, m\}$, G_i 都是偶哈密顿连通的.

不失一般性, 设 $n_1 \geq n_i, i \in \{1, \dots, m\}$, 我们又分两种子情形来讨论.

情形 2.1 $n_1 = n_2 = \dots = n_m = s$.

设 $u \in V_1, v \in V_2$ 为 G_1 的一条哈密顿路的两个端点, 满足 $u, v \notin S$. 所以 $d(u) \geq (1 - \frac{1}{s})n + 1, d(v) \geq (1 - \frac{1}{s})n + 1$, 于是

$$d(u, H - G_1) + d(v, H - G_1) \geq 2(1 - \frac{1}{s}) \sum_{i=1}^m n_i + 2 - 2n_1 = 2(1 - \frac{1}{s})ms + 2 - 2s = 2(m-1)(s-1)$$

因为 $s \geq 4, m > k \geq 2$, 我们有 $d(u, H - G_1) + d(v, H - G_1) > (m-1)s + 1$. 这表明在 $H - G_1$ 中存在某个圈 C_i , 使得 $d(u, C_i) + d(v, C_i) > s + 1$. 由引理 2.4, $G[V(C_1 \cup C_i)]$ 包含一个长至少为 $4s$ 的哈密顿圈. 所以 G 有一个 2-因子包含 $m-1$ 个长至少为 $2s$ 的点不交的圈.

情形 2.2 $n_1 \geq s + 1$

设 $C_1 = x_1 y_1 \dots x_q y_q x_1, x_1 \in V_1$, 由 G 的最小度和假设, 由定理 A, G 是连通的, 设 $C_2 = a_1 b_1 \dots a_r b_r a_1, a_1 \in V_1$. 不失一般性, 由 G 的连通性我们可以假设 $x_1 b_1 \in E(G)$. 我们再分两种子情形来讨论.

情形 2.2.1 $d(y_1, C_2) \geq 1$ 或 $d(a_1, C_1) \geq 1$

如果 $d(y_1, C_2) \geq 1$, 我们可以假设 $y_1 a_i \in E(G)$; 如果 $d(a_1, C_1) \geq 1$, 则假设 $a_1 y_j \in E(G)$. 如果 $y_1 a_i \in E(G)$, 因为 G_2 是偶哈密顿连通的, 所以在 G_2 中存在一条从 a_i 到 b_1 的哈密顿路 P , 则 $G[V(C_1 \cup C_2)]$ 包含一个哈密顿圈 $y_1 x_2 \dots y_q x_1 b_1 P a_i y_1$. 同理, 如果 $a_1 y_j \in E(G)$, 则 $G[V(C_1 \cup C_2)]$ 也包含一个哈密顿圈. 因此, G 有一个 2-因子包含 $m-1$ 个

长至少为 $2s$ 的点不交的圈.

情形 2.2.2 $d(y_1, C_2) = 0$ 且 $d(a_1, C_1) = 0$

因为 G_1 是偶哈密顿连通的. 对每对点 $u \in V_1 \cap G_1, v \in V_2 \cap G_1$, 在 G_1 中存在一条从 u 到 v 的哈密顿路 P . 如果存在 $H - C_1$ 中的某个圈 C_i , 使得 $d(u, C_i) + d(v, C_i) \geq n_i + 1$, 则由引理 2.4, $G[V(C_1 \cup C_i)]$ 包含一个长至少为 $4s$ 的圈, 所以断言 3 成立. 我们假设对于每对点 u, v 满足 $u \in V_1 \cap G_1, v \in V_2 \cap G_1$, 有 $d(u, C_i) + d(v, C_i) \leq n_i, i \in \{2, \dots, m\}$. 此外, 由 $\delta(G) \geq \frac{1}{2}n + 2, d(y_1, C_2) = 0$ 且 $d(a_1, C_1) = 0$, 我们有

$$d(y_1, H - G_1 \cup G_2) + d(a_1, H - G_1 \cup G_2) \geq \sum_{i=1}^m n_i + 4 - (n_1 + n_2) \geq \sum_{i=3}^m n_i + 4$$

这表明在 $H - G_1 - G_2$ 中, 存在某个圈 C_i , 不妨设为 C_3 , 使得 $d(y_1, C_3) + d(a_1, C_3) \geq n_3 + 1$, 设 $P^* = y_1 x_1 b_1 a_2 \dots b_r a_1$, 由引理 2.4, 我们可得 $G[V(C_3 \cup P^*)]$ 是哈密顿圈. 设 $G_1^* = G_1 - \{x_1, y_1\}$. 因为 G_1 是偶哈密顿连通的, 对任意点 $u \in V_1 \cap G_1^*, v \in V_2 \cap G_1^*$, 在 G_1 中有一条从 u 到 v 的哈密顿路.

因为 $d(u, C_i) + d(v, C_i) \leq n_i, i \in \{2, \dots, m\}$, 我们有

$d(u, G_1) + d(v, G_1) \geq n + 4 - \sum_{i=2}^m n_i \geq n_1 + 4$, 所以 $d(u, G_1^*) + d(v, G_1^*) > (n_1 - 1) + 1$. 由引理 2.7, G_1^* 有一个哈密顿圈 C_1^* . 因为 $n_1 \geq s + 1$, 我们得到 $l(C_1^*) \geq 2s$. 注意到 $G[V(C_3 \cup P^*)]$ 是哈密顿圈, 因此我们可得 G 有一个 2-因子包含 $m-1$ 个长至少为 $2s$ 的点不交的圈. 至此, 我们完成了断言 3 的证明.

由以上断言, 我们可得 G 有一个 2-因子包含 k 个长至少为 $2s$ 的点不交的圈, 证毕.

参考文献:

[1] Bondy J A. Murty U S R. Graph Theory with Applications [M]. North-Holland, Amsterdam, 1976.
[2] Bondy J A. Chvatal V. A method in graph theory[J]. Discrete Math. 15(1976)111-135.
[3] Yan Jin · Liu Guizhen. On 2-factors with large cycles in a balanced bipartite graph [J]. Gongchen shuxue xuebao 21 (2004)910-914.
[4] Wang H. Large Vertex-disjoint cycles in a bipartite graph [J]. Graphs Comb. 16(2000)359-366.
[5] Wang H. On 2-factors of a bipartite graph[J]. J Graph Theo-

ry. 31(1999)101—106.

- [6] Yan Jin. A new result on large independent cycles[J]. International Conference on Mathematical Programming. Preprint
- [7] Xiangwen Li, Bing Wei, Fan Yang. A degree condition of 2-

factors in bipartite graphs. Discrete Applied Math 113(2001) 311—318.

- [8] Moon J, Moser L. On Hamiltonian bipartite graphs[J]. Isr. J Math 1(1963)163—165.

A Degree Sum Condition of 2-factors with Large Cycles in Balanced Bipartite Graphs

LIU Qiong¹, LIU Zhanhong¹, XIONG Li-ming²

(¹.Institute of Mathematics and Informatics, Jiangxi Normal University, Nanchang 330022; ².Department of Mathematics, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China)

Abstract: Let $G=(V_1, V_2; E)$ be a bipartite graph with $|V_1|=|V_2|=n \geq sk+1$, where $s \geq 4$ and $k \geq 1$ are two integers. We define the minimum degree sum of nonadjacent vertices of graph G to be $\sigma_2(G) = \min\{d_G(u) + d_G(v) : u, v \in V(G), uv \notin E(G)\}$. In this paper, we will prove that if $\sigma_2(G) \geq \mathcal{X}(1 - \frac{1}{s})n^2 + 2$ then G has a 2-factor with exactly k vertex-disjoint cycles of length at least $2s$.

Key words: balanced bipartite graphs; cycles; large cycles; 2-factors

(上接第 108 页)

确定的,这使得执行一个函数或服务所需要的时间是已知的,而且 uC/OS-II 的绝大部分服务程序的执行时间和当前系统的任务数无关,从而满足了操作系统确定性的要求.经过在 TMS320LF2407A 实验板上的测试,移植并经过裁剪后的 uC/OS-II 在多任务的情况下能稳定可靠运行,其中断响应时间为 82 微秒(最坏情况下),满足嵌入式操作系统实时性

的要求.

参考文献:

- [1] Jean J. Labrosse, 邵贝贝, 等. 嵌入式实时操作系统 uC/OS-II(第 2 版)[M]. 北京:北京航空航天大学出版社, 2003.
- [2] 刘和平, 等. TMS320LF240x DSP 结构、原理及应用[M]. 北京:北京航空航天大学出版社, 2002.

Research and Implementation of Porting Embedded RTOS uC/OS-II to DSP

LIU Hai-feng, LIU Bai-fen

(School of Electrical and Electronic Engineering, East China Jiaotong University, Nanchang 330013, China)

Abstract: This paper presents mainly the method of porting open source embedded RTOS uC/OS-II to DSP (TMS320LF2407A), which is a popular microcontroller. It solves the most important and difficult problems in the course of porting uC/OS-II, and the system after porting cut out. A porting has been implemented in on TMS320LF2407A experiment board and the system runs steadily and reliably under multitask environment. Many parameters have reached the demand of designing by testing.

Key words: uC/OS-II; DSP