

文章编号: 1005—0523(2006)05—0130—03

哈密顿类指数的一个注记

尧雪莉, 刘展鸿

(江西师范大学 数学与信息科学学院, 江西 南昌 330022)

摘要:证明了若连通图 G 是 1—哈密顿图(有含 $k(k \geq 2)$ 个圈的 2—因子、点泛圈可序的、有两个边不交的哈密顿圈、泛连通的), 那么 $L(G)$ 也是 1—哈密顿图(有含 $k(k \geq 2)$ 个圈的 2—因子、点泛圈可序的、有两个边不交的哈密顿圈、泛连通的).

关 键 词:线图, 2—因子, 点泛圈可序图, 泛连通图, 1—哈密顿图

中图分类号: O157

文献标识码: A

1 引言

考虑的图均是指有限无向的简单图, 未见定义的术语和等号参见[1].

定义 1.1 图 G 的线图(记为 $L(G)$)是指以 G 的边集为顶点集且 $L(G)$ 的两个顶点(即 G 的两条边)邻接当且仅当它们在 G 中是相邻的.

定义 1.2 图 G 的一个 2—因子是指 G 的一个 2—正则生成子图.

定义 1.3 图 G 的哈密顿圈是指 G 的生成圈.

定义 1.4 图 G 有一个泛圈序是指顶点集 $V(G)$ 可以按这样的顺序排列, (对所有 $3 \leq k \leq |V(G)|$) 由前 k 个顶点导出的子图都是哈密顿的. G 是点泛圈可序图是指: $\forall x \in V(G)$, G 都有一个以 x 为起点的泛圈序.

定义 1.5 G 含有一个控制 k —系统是指 G 有 k 个边不交的回路和星形(星形是指图 K_{1, n_i} , $n_i \geq 3$), 且满足 G 的每条边要么是某个回路或某个星形中的一条边, 要么与某个回路的一条边相邻.

引理 1.6^[3] 设图 G 中没有孤立点, 则 $L(G)$ 有含 $k(k \geq 1)$ 个圈的 2—因子当且仅当 G 有一个控制 k —系统.

定义 1.7 若 $p = v_0 v_1 \cdots v_k$ 表示一条迹(或路),

且 $E(p) = \{e_1, e_2, \dots, e_k\}$ 表示满足 $e_i = v_{i-1} v_i$ ($1 \leq i \leq k$) 的边集, 那么 p 为 G 中的一条 (v_0, v_k) —迹(或 v_0, v_k —路), p 也是的一条 (e_1, e_k) —迹(或 (e_1, e_k) —路). 其中 $v_1, v_2 \cdots v_{k-1}$ 称为 p 的内点, e_1, e_k 称为 p 的端边.

定义 1.8 令 P 是 G 的一条迹, 令 $\partial(p) = \{e \in E(G) : e \text{ 与 } p \text{ 的某个内点关联}\}$.

引理 1.9^[2] 令 $p = v_0 v_1 \cdots v_k$ 表示一条迹(可能是闭迹), 令 $E(p) = \{e_1, e_2, \dots, e_k\}$ 且 $e_i = v_{i-1} v_i$ ($1 \leq i \leq k$), 若 $X \subset (\partial(p) - E(p))$ 那么边集 X 可表示为: $X = \{x_1, \dots, x_{n_1}, x_{n_1+1}, \dots, x_{n_{k-1}}\}$, 其中 $x_{n_i+1}, \dots, x_{n_{i+1}}$ 是与点 v_{i+1} 关联的 ($i = 0, 1, 2, \dots, k-2$) 且令 $n_0 = 0$. 那么序列 $e_1, x_1, \dots, x_{n_1}, e_2, x_{n_1+1}, \dots, x_{n_{k-1}}, e_k$ 是 $L(G)$ 中一条以 $E(p)UX$ 为顶点的路.

定义 1.10 G 为 1—哈密顿图是指 G 含哈密顿圈, 且 $\forall v \in V(G)$, 图 $G-v$ 也含哈密顿圈.

定义 1.11 G 为泛连通图是指任取两个不同顶点 $u, v \in V(G)$ 及任意整数 k ($d_G(u, v) \leq k \leq |V(G)| - 1$), G 中都有长为 k 的 (u, v) 路.

定义 1.12 G 的一条控制闭迹是指 G 的一条闭迹 T 且满足 G 中每条边的两个顶点中至少有一个顶点在子图 T 中.

定理 1.13^[4] G 是没有孤立点的图, 那么 $L(G)$ 是哈密顿图当且仅当 $G \cong K_{1, n}$ ($n \geq 3$) 或 G 有

收稿日期: 2006—01—24

作者简介: 尧雪莉(1982—), 女, 江西省黎川人, 江西师范大学数信学院 2004 级图论方向的研究生.

一条控制闭迹.

定义 1.14 图 G 是 k -triangular 是指 G 的每条边至少包含在 G 的 k 个三角形中.

定理 1.15^[5] 若 G 是 2-连通图且 G 是 1-triangular 的,那么 $L(G)$ 是泛连通图.

对于集 $S \subset V(G)$ 或 $E(G)$ 我们用 $G[S]$ 表示 S 在 G 中的导出子图.

文[2]中证明了若图 G 是哈密顿连通图(边哈密顿图、泛圈图、点泛圈图、边泛圈图),那么 $L(G)$ 也是哈密顿连通图(边哈密顿图、泛圈图、点泛圈图、边泛圈图).

2 定理及其证明

定理 2.1 若连通图 G 有含 $k(k \geq 2)$ 个圈 2-因子,那么 $L(G)$ 也有 k 个含圈的 2-因子.

证明 由 G 有含 k 个圈的 2-因子,我们可知这 k 个圈正好是 G 的一个控制 k -系统,那么由引理得 $L(G)$ 有含 k 个圈的 2-因子.

定理 2.2 若连通图 G 是点泛圈可序图,那么 $L(G)$ 也是点泛圈可序图.

证明 $\forall e \in E(G)$, 令 $e = u_1 u_j$ 且 $d_G(u_1) \geq d_G(u_j)$. 令 $|V(G)| = n$, 我们假设 $G \neq K_3$, 因为 G 是点泛圈可序的, 所以 $d_G(u_1) \geq 3$, 且有以 u_1 为起点的泛圈序, 我们设这个泛圈序列为 $u_1, u_2, \dots, u_n$, 那么当 $3 \leq k \leq n$ 时, 由前 k 个顶点导出的子图都是哈密顿的. 由引理 1.13 可知序列 $e, x_{n_1}, x_{n_1+1}, \dots, x_{n_2}, u_2 u_3, x_{n_2+1}, \dots, x_{n_3}, x_{n_3+1}$ (直到取完 G 的所有边) 是以 e 为起点的 $L(G)$ 的一个泛圈序 (在这个序列中 G 的每条边只取一次, 其中 $x_{n_i+1}, \dots, x_{n_{i+1}}$ 是与点 u_i 关联的, 且若边 $x = u_i u_j (i \leq j)$ 那么 $x \in \{x_{n_i+1}, \dots, x_{n_{i+1}}\}$). 由于 e 是任意取的, 所以 $L(G)$ 是点泛圈可序的.

定理 2.3 G 若有两个边不交的哈密顿圈, 那么 $L(G)$ 也有两个边不交的哈密顿圈.

证明 令 $G = v_0 v_1 v_2 \dots v_{m-1} v_0 (v_m = v_0)$ 是 G 的一个哈密顿圈, 且 $e_i = v_{i-1} v_i (1 \leq i \leq m)$. 令 $X = \partial(C) - E(C)$, 由引理 1.9, 我们可知那么边集 X 可表示为 $X = \{x_1, \dots, x_{n_1}, x_{n_1+1}, \dots, x_{n_{m-1}}\}$, 其中 $x_{n_i+1}, \dots, x_{n_{i+1}}$ 是与点 v_{i+1} 关联的 ($i = 0, 1, 2, \dots, m-2$), 且序列 $e_1, x_1, \dots, x_{n_1}, e_2, x_{n_1+1}, \dots, x_{n_{m-1}}, e_m$ 是 $L(G)$ 中的一条哈密顿路. 那么这条哈密顿路并上边 $e_1 e_m$ 就是 $L(G)$ 中的一个哈密顿圈, 设为 C_1 .

同理, 当令 $C' = v_1 v_0 v_{m-1} \dots v_2 v_1$, $X' = \partial(C') - E(C')$ 可知序列 $e'_1, x'_1, \dots, x'_{n_1}, e'_2, x'_{n_1+1}, \dots, x'_{n_{m-1}}, e'_m$ 是 $L(G)$ 中的一条哈密顿路, 并上边 $e'_1 e'_m$ 就成为 $L(G)$ 中一个哈密顿圈, 设为 C'_1 . 因为 G 有两个边不交的哈密顿圈, 所以 $d_G(v) \geq 4 (\forall v \in V(G))$. 用反证法易证得 C_1 与 C'_1 是 $L(G)$ 中两个边不交的哈密顿圈.

定理 2.4 若 G 是 1-哈密顿图, 那么 $L(G)$ 也是 1-哈密顿图.

证明 因为 G 是 1-哈密顿图, 所以 G 含哈密顿圈. 根据引理 1.13, $L(G)$ 也含哈密顿圈. $\forall e \in E(G)$, 令 $e = w$, 由于 G 是 1-哈密顿图, 所以 $G-v$ 是哈密顿的. 设 C 是 $G-v$ 的一个哈密顿圈, 则由引理 1.13 得 $L(G-e)$ 是哈密顿的, 由于 $L(G-e) = L(G) - e$, 所以 $L(G) - e$ 含哈密顿圈. 所以 $L(G)$ 是 1-哈密顿图.

定理 2.5 若连通图 G 是泛连通图, 那么 $L(G)$ 也是泛连通图.

证明 我们假设 $G \neq K_3$, 设 $|G| = n$. 因为 G 是泛连通图, 有:

断言 1 $\forall e \in E(G)$, 边 e 至少包含在图 G 的一个三角形中.

设 $e = w$, 因为 G 是泛连通图, 所以 u 与 v 之间有长为 2 的 (u, v) 一路, 设其中一条为: wuv , 则 u, w, v 三点在 G 中的生成子图就是一个三角形.

断言 2 图 G 是 2-连通图.

反证, 假设 G 中存在割点 v , 设 $w \in E(G)$, 则显然在 G 中不存在长为 $n-1$ 的 (u, v) 一路. 与 G 是泛连通图矛盾.

所以根据断言 1, 断言 2 及定理 1.15 可知 $L(G)$ 是泛连通图.

参考文献:

- [1] J.A. Bondy and U.S.R. Murty, Graph theory with applications [M]. Macmillan, London and Elsevier, New York, 1976.
- [2] Hong-Jian Lai and Ye-Hong Shao, Some problems related to Hamiltonian line graphs. Preprint.
- [3] Gould, R. J., Hynds, E.: A note on cycles in 2-factors of line graphs[J]. Bull. of the I.C.A., 1999, (26): 46-48.
- [4] Harary, F., Nash-Williams, C. St. J. A.: On eulerian and Hamiltonian graphs and line graphs[M]. Canad. Math. Bull. 1965: 701-710.
- [5] L.H. Clark and N.C. Womald, Hamiltonian-like indices of indices of graphs[J]. ARS Combinatoria, 1983, (15): 131-148.

A Note on Hamiltonian Like Indices

YAO Xue-li, LIU Zhan-hong

(Institute of Mathematics and Informatics, Jiangxi Normal University, Nanchang 330022, China)

Abstract: If a connected graph G is 1 -hamiltonian (contains a 2 -factor with $k(k \geq 2)$ cycles, is vertexpancyclic ordered, contains two edge-disjoint hamiltonian cycles, is panconnected), then $L(G)$ also is 1 -hamiltonian (contains a 2 -factor with $k(k \geq 2)$ cycles, is vertexpancyclic ordered, contains two edge-disjoint hamiltonian cycles, is panconnected).

Key words: line graph; 2 -factor; vertexpancyclic ordered graph; panconnected graph; 1 -hamiltonian

(上接第 118 页)

参考文献:

[1] Chukiet Sodsri. Time-varying autoregressive models for nonstationary acoustic signal and its frequency analysis[Doctor Dissertation]. Pennsylvania State University. 2003.

[2] KIE B. EOM. Analysis of Acoustic Signatures from Moving Vehicles Using Time-Varying Autoregressive Models[J]. Multidimensional Systems and Signal Processing, 1999, 10: 357~378.

[3] 王文华、王宏禹. 一种非平稳随机信号模型的时变参数估计算法的性能研究[J]. 大连理工大学学报. 1997, 37(1): 97~102.

[4] S. Conforto and T. D' Alessio. Spectral analysis for non-stationary signals from mechanical measurements: a parametric approach[J]. Mechanical Systems and Signal Processing. 1999, 13(3): 395~411.

[5] R. Charbonnier and M. Barlaud etc. Results on ar-modelling of nonstationary signals[J]. Signal Processing (North-Holland). 1987, 12: 143~151.

[6] Jebu J. Rajan and Peter J. W. Rayner. Generalized Feature Extraction for Time-Varying Autoregressive Models [J]. IEEE Transactions on signal Processing. 1996, 44 (10): 2498~2507.

TVAR Based Fault Diagnosis for Rotation Machine under Nonstationary Conditon

CHEN Hui¹, ZHANG Long², XIONG Guo-liang¹, LI Yi¹

(¹.School of Mechatronic Eng., East China Jiaotong University, Nanchang 330013; ².School of Mechanical Eng., Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 20003, China)

Abstract: The time-frequency analysis ability for non-stationary signals was compared between parametric model based Time-Varying Autoregressive model (TVAR) and non-parametric time-frequency methods such as the SFTF and the CWD. The three methods had been evaluated with respect to a set of simulated signals and the signals collected from a rotation machine test rig during the speed-up process. The performances of TVAR in both the time-frequency resolution and the suppression of cross term are all excellent. TVAR is suitable for non-stationary signals analysis of rotation machine. And the results effectively discover the characteristics and fault features of signals. TVAR is effective to fault diagnosis of rotation machine under nonstationary conditions.

Key words: time-varying AR; TVAR; time-frequency analysis; rotation machine; fault diagnosis