

文章编号: 1005-0523(2007)01-0101-04

梯度 Hough 变换在圆检测中的应用

瞿 钧, 甘 岚

(华东交通大学 信息工程学院, 南昌 330013)

摘要:介绍了一种有效的利用图像梯度信息的 Hough 变换方法——梯度 Hough 变换(GHT).详细讨论了梯度的求取、GHT 的详细算法,讨论了 GHT 算法和直接累加 Hough 变换算法的区别及改进之处.

关键词:Hough 变换;梯度 Hough 变换;图像梯度;图像处理;

中图分类号:TP391

文献表示码:A

1 引言

Hough 变换(Hough Transformation, HT)是利用图像的全局特性将边缘像素连接起来组成区域封闭边界的一种方法.它是由 Paul Hough 于 1962 年以专利形式提出的,其实现的是一种从图像空间到参数空间的映射关系.Hough 变换不仅可以用来检测直线,也可以用来检测满足解析式 $f(x, c) = 0$ 形式的各类曲线并把曲线上的点连接起来.

最基本的圆检测 Hough 变换可以用“直接累加法”来描述(下文直接以 DHT, Direct HT, 指代“直接累加法”).DHT 算法虽然简单,但是由于其较低的时空效率,很难在实际中得到应用.本文在 DHT 基础上讨论了一种有较高效率的圆检测 Hough 变换方法:梯度 Hough 变换(GHT, Grads HT).

2 直接累加圆检测 Hough 变换(DHT)

众所周知,圆方程为:

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2 \quad (2.1)$$

利用该方程可用较简单的累加的方法实现对圆的检测.从式(2.1)可以看到,其中包含了 a, b, r 三个参数,根据 Hough 变换的思想,需要在参数空间里建立一个三维的累加数组 A ,其元素可以写成 $A(a,$

$b, r)$. 可让 a 和 b 依次变化而根据式(2.1)计算出 r ,并对 A 累加: $A(a, b, r) = A(a, b, r) + 1$.DHT 的具体算法见参考文献[1]:

需要注意的是,这种直接累加的方法,依靠的是计算机善于重复执行简单计算的特性,凭借计算机的“蛮力”累加完成的.扫描一幅图像需要两重循环,对宽和高从 0 取到最大值又需要两重循环,这样的四重循环导致的不仅仅是庞大的计算量,并且其所需耗费的时间也是相当惊人的.

实验表明,用该算法来对较大的图像(如尺寸为 800×600 像素)进行处理,所需的时间让人难以忍受了,因此很难在实际场合加以应用.

3 利用梯度信息的圆检测 Hough 变换(GHT)

在 Hough 变换检测圆中,如果能够对梯度信息加以利用,能够在很大程度上加快检测的速度.参考文献[1]对 GHT 作了简要的介绍,在此对梯度的求取、GHT 算法实现做一讨论.

3.1 GHT 算法思路

以极坐标方程形式来表示圆:

$$a = x - r \cdot \cos \theta, b = y - r \cdot \sin \theta \quad (3.1)$$

式(3.1)中, x 和 y 为当前像素点的坐标; r 为半径,其值可以事先指定(若半径已知)、或在一个循环

收稿日期:2006-10-08

(作者简介:瞿钧(1978-)男,浙江杭州人,华东交通大学信息工程学院硕士研究生,研究方向:图像处理和识别) www.cnki.net

中逐个取值(若半径未知); θ 为求得的梯度方向角; a 和 b 为计算得到的可能的圆心坐标. GHT 算法的大致思路如下:

① 扫描原图像, 对原图像求梯度, 并且对求得的梯度图像进行阈值变换, 得到二值图像.

② 扫描步骤①得到的梯度图像, 对梯度值不为零(即为 255)的像素点, 找到其在原位图中的位置, 求其梯度方向角, 假设为 θ (即式(3.1)中的). 利用式(3.1)直接求圆心坐标.

③ 按步骤②中求得的和对二维的累加数组进行累加.

④ 当对梯度图像的扫描完成之后, 累加数组中其值最大的元素对应的 a 和 b 就是被检测圆的圆心坐标.

目前, GHT 算法由于其较快的速度, 已经被认为是标准的 Hough 变换圆检测方法^[2].

3.2 梯度的求取

在对圆进行检测的时候, 往往只需要得到该圆的边界信息, 这就要用到边界检测. 在数字图像处理领域中, 一阶导数可以用于检测图像中的一个点是否是边缘点, 而一阶导数是基于各种二维梯度的近似值的. 图像 $f(x, y)$ 在位置的梯度定义为如下的向量:

$$\nabla f = [G_x, G_y]^T = \left[\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y} \right] \quad (3.2.1)$$

梯度向量指向在坐标 (x, y) 处的 f 的最大变化率方向. 在边缘检测中, 一个重要的量是这个向量的大小, 用 $|\nabla f|$ 表示:

$$|\nabla f| = \text{mag}(\nabla F) = [G_x^2 + G_y^2]^{1/2} \quad (3.2.2)$$

这是一个标量值, 它给出了在 ∇F 方向上每增加单位距离后 $f(x, y)$ 值增大的最大变化率. 梯度向量的方向也是一个重要的量. 令 $\alpha(x, y)$ 表示向量 ∇F 在 (x, y) 处的方向角, 有

$$\alpha(x, y) = \arctan\left(\frac{G_y}{G_x}\right) \quad (3.2.3)$$

这里, 角度是以轴为基准度量的. 边缘在 (x, y) 处的方向与此点的梯度向量的方向垂直. 至此, (3.2.2) 式给出了梯度大小的计算公式, 而(3.2.3)式给出了梯度方向角的计算公式. 两者都牵涉到了 G_x 和 G_y , 也就是图像在每个像素位置上的偏导数和 $\frac{\partial f}{\partial x}$ 和 $\frac{\partial f}{\partial y}$. 有很多经典的边缘检测算子可以用来求 G_x 和 G_y , 包括 Roberts 算子、Sobel 算子和 Prewitt 算子等等.

假设某像素与其周围八个相邻像素的关系如下:

A_1	A_2	A_3
A_4	A_5	A_6
A_7	A_8	A_9

其中 $A_5 = F(X, Y)$ (即当前像素点), $A_1 = f(x-1, y-1)$, $A_2 = f(x, y-1)$, \dots .

则根据 Roberts 算子, 有:

$$G_x = (A_9 - A_5), G_y = (A_8 - A_6) \quad (3.2.4)$$

根据 Prewitt 算子, 有:

$$\begin{aligned} G_x &= (A_7 + A_8 + A_9) - (A_1 + A_2 + A_3) \\ G_y &= (A_4 + A_6 + A_9) - (A_1 + A_4 + A_7) \end{aligned} \quad (3.2.5)$$

根据 Sobel 算子, 有:

$$\begin{aligned} G_x &= (A_7 + 2A_8 + A_9) - (A_1 + 2A_2 + A_3) \\ G_y &= (A_3 + 2A_6 + A_9) - (A_1 + 2A_4 + A_7) \end{aligned} \quad (3.2.6)$$

把(3.2.4)、(3.2.5)或者(3.2.6)的计算结果代入(3.2.2)和(3.2.3)中, 就可以得到梯度向量的大小及其方向角. 求取梯度大小及其方向角时需要注意:

① 关于梯度的方向角的求取, 没有必要专门开辟一个缓冲区来存储梯度的方向角. 可以在扫描梯度图像(其中每个像素点的值就是原图在该点处的梯度向量的大小)的时候根据式(3.2.3)计算出来, 这样可以在很大程度上节省内存开销.

此外, 还可以根据式(3.1), 进一步修改对梯度方向角的利用形式:

$$\sin \theta = \frac{G_y}{\sqrt{G_x^2 + G_y^2}}, \cos \theta = \frac{G_x}{\sqrt{G_x^2 + G_y^2}} \quad (3.2.7)$$

因此可以直接把(3.2.7)代入(3.1)式来计算圆心坐标.

② 对得到的梯度图像进行阈值化可以突出要检测目标圆, 忽略掉其余的像素点, 这对提高程序运行效率有很大帮助. 这是由于在 Hough 变换中, 要对每一个不为零的像素点进行计算, 因此, 对梯度图像进行二值化可以大大减少参与计算的像素点的个数.

3.3 GHT 详细算法

在此, 假设圆的半径 r 未知. 因此, 在扫描阈值

化后的梯度图像时,除了图像横、纵坐标两重循环外,还需要一重对 r 循环. 如果 r 已知,则只需对算法稍作修改.

① 扫描原位图,按(3.2.6)式求梯度图像,并对求得的梯度阈值化,阈值可以根据具体的应用场合来选择.得到二值图像存放在新的缓冲区中.

② 开辟一个二维的累加器缓冲区.

③ 扫描步骤①中得到的阈值图像,对每一个不为零的像素点执行如下操作:找到与其对应的原位图上的像素点,按(3.2.7)式求得梯度方向角对应的和值,在一个对半径 r 的循环中按式(3.1)求得圆心坐标 a, b 的值,并据此对累加数组进行累加操作.

④ 找到累加数组中值最大的那个元素,其对应的、值就是要检测的圆心.

4 GHT 算法测试效果

4.1 GHT 算法效果

GHT 算法在圆检测中的效率速度比前文介绍的直接累加法有了显著提高,在对单个圆的检测中有良好的效果:

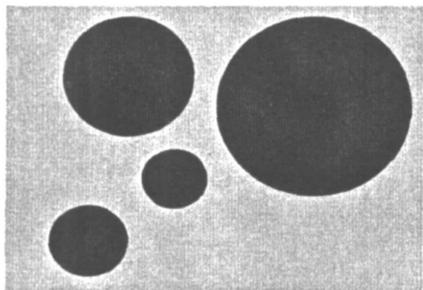


图 4.1.1 含四个圆的合成图像

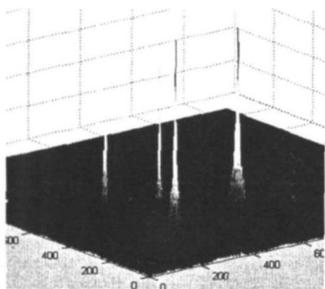


图 4.1.2 图 4.1.1 用 GHT 算法的累加数组值分布

图 4.1.1 是一幅含四个圆的合成图像.图 4.1.2 是对图 4.1.1 利用 GHT 算法进行圆检测得到累加数组值分布图,从中可以看出 GHT 算法准确地检测到了四个圆心.

GHT 算法进行处理后,把检测得到的圆用 Windows-GDI 绘图函数在原图像上以叠加方式绘制得到的效果.

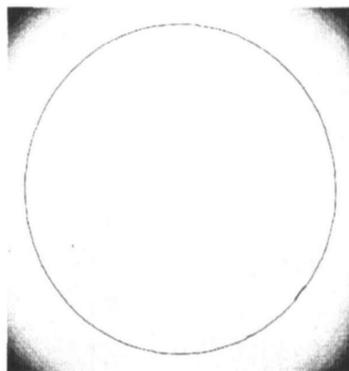


图 4.1.3 对隐形眼镜用 GHT 算法得到效果

4.2 GHT 和 DHT 的联系与区别

GHT 和 DHT 这两种算法的联系之处在于:它们都体实现了一种从图像空间到参数空间的映射关系.即把图像空间中的点映射到参数空间,然后在参数空间中进行累加,从累加值判断是否存在圆.

两者的区别很明显:GHT 算法的时空效率远高于 DHT 算法.如图 4.2.1 所示,图中圆 O (以实线表示)表示待检测圆; A, B, C 为其圆周上的点;并且,以 A, B, C 为圆心的圆(在图中以虚线表示)其半径与圆 O 相同.在 DHT 方法中,累加过程带有“盲目”性质,即 DHT 法的累加过程会沿着圆 A, B, C 的圆周来寻找目标圆心,而真正的圆心是圆 A, B, C 的交点 O .可见由于“盲目”带来的多余工作量所占的比例是相当大的.

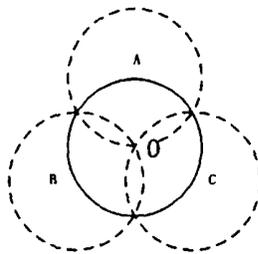


图 4.2.1 DHT 的累加过程示意图

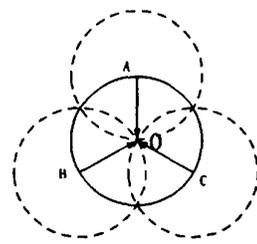


图 4.2.2 GHT 的累加过程示意图

图 4.2.2 显示了 GHT 算法的示意图.由于 GHT 算法利用了梯度信息,因此 GHT 算法不再是“盲目”的,而是每次计算都直接把计算结果指向待检测圆 O 的圆心方向,从而不再需要沿着圆 A, B, C 的圆周来计算了,效率的提高是显而易见的.

5 GHT 算法的不足之处

图 4.1.3 是对一幅隐形眼镜的光学图像,用

尽管 GHT 算法比直接累加 HT 方法在执行效率上有了很大的进步,并且从上面的测试结果来看效果也较满意.但是,GHT 依然无法避免数字图像数字化误差所带来的问题.

Hough 变换在理论上存在一个假设:被检测曲线的宽度是无穷小的.实际上,这种假设是不成立的,因为在数字图像中的曲线的最小宽度为一个像素.这就是图像的数字化带来的影响,这种现象大大增加了数字图像处理的难度,在图像处理过程中,有时候必须考虑由数字化带来的误差.

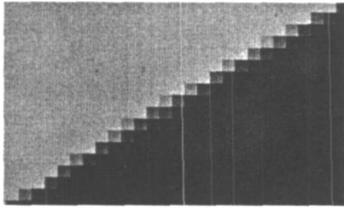


图 5.1 图 4.1.1 放大后的局部

图 5.1 是对图 4.1.1 的局部放大,可以看到“圆”的边缘实际上是由一个个呈锯齿状排列的像素点组成的,这些边缘点并不是严格地按照圆的数学公式排列的.图 4.1.1 所示的圆的边缘,实际上就是由图 5.1 所示的这样一段段的锯齿状线段组成的.在考虑这种误差后,圆方程应该写成如下形式:

$$|(x-a)^2+(y-b)^2-r^2| \leq \epsilon \quad (5.1)$$

其中是数字量化误差.上述的图像数字化误差所带来的影响,在圆边缘比较窄(单像素边缘)或者图像中含较多噪声的情况下会较明显的显露出来.

参考文献[4]中介绍了这种误差的产生原因.

6 总结

本文介绍了利用图像梯度信息的 Hough 变换算法(GHT)对图像中所含的圆进行检测的方法.详细讨论了梯度的求取、梯度方向角的确定等 GHT 算法的细节,对 GHT 和 HT 算法进行了对比,最后说明了 GHT 算法的不足之处.

针对 GHT 算法的不足,参考文献[2]、[3]、[5]介绍了一种新的 Hough 变换方法——点 Hough 变换(PHT, Point HT),该方法通过对图像中的圆进行边缘检测和边界跟踪,再用三个圆周点确定圆心坐标的方法,从而避免了上述数字化量化误差的问题.

本文所给出的 DHT、GHT 算法及其相关的执行效果均在 Windows2000 下,由 Visual C++ 6.0 SP6 编程实现.

参考文献:

- [1]章毓晋. 图像处理和分析[M]. 北京:清华大学出版社, 1999.
- [2]王强等. 一种用于圆检测的快速 HOUGH 算法[J]. 小型微型计算机系统, 2000, (9):75-78.
- [3]王强,等. Hough 变换实时检测算法研究[J]. 计算机工程与设计, 2001, (3):76-80.
- [4]林金龙, 石青云. 用点 Hough 变换实现圆检测的方法[J]. 计算机工程, 2003, (11):17-18.
- [5]高希报. 图像中几种实用的目标定位方法研究与应用[D]: 硕士学位论文. 南京:南京理工大学, 2005.6.
- [6]陈洪波. Hough 变换及改进算法与线段检测[D]: 硕士学位论文. 桂林:广西师范大学, 2004.

The Application of Grads Hough Transformation in Circle Detection

QU Jun, GAN Lan

(School of Information Engineering, East China Jiaotong University, Nanchang 330013, China)

Abstract: One kind of efficient Hough Transformation (HT), which uses the grads information of image-Grads Hough Transformation (GHT), is introduced in this article. The method of computing grads and detailed algorithm of GHT are given out. Finally, the connection and discrimination between GHT and DHT (Direct HT) are discussed.

Key words: hough transformation; grads hough transformation; image grads; image processing.