第 24 卷第 1 期
2007 年 2 月

Vol.24 No.1
Feb.,2007

文章编号:1005-0523(2007)01-0155-04

ACO 算法及其收敛策略研究进展

黎新华[1],莫辉辉[2]

(1.广东交通职业技术学院 广东 广州 510650;2.中国交通运输协会 北京 100053)

摘要:蚁群优化算法是一种新型的进化优化算法,其特点是通过仿生自适应个体的局部最优性共同确定问题的整体最优解,该算法具有自学习功能和解的强搜索能力.通过研究蚁群算法的基本原理和实践应用,分析了蚁群优化算法的求解理论思想,并综合分析了算法的收敛性问题,为蚁群算法的发展提供较好的研究参考.

关 键 词:蚁群优化算法;收敛策略;Ant-Q 系统;最大最小蚁群系统

中图分类号:O232 **文献标识码**:A

1 算法的仿生过程

蚁群优化(Ant Colony Optimization,ACO)算法[1,2]是一种新型的多智能体、仿生类的进化算法,由意大利学者 Dorigo 首先提出来的,并且近年来在解决组合优化问题中得到很好的应用.该算法通过仿真蚂蚁猎取食物的行为,按照一定的启发式思想,通过信息的传媒[1](Pheromone,Stigmergy,一种生物信息激素)或者标记[2](Landmarks)的诱导作用,构建一种正反馈机制:某一路径上走过的蚂蚁数量越多,则其它蚂蚁选择该路径的概率越大,即蚁群的自催化行为(Autocatalytic).蚂蚁个体之间通过这种信息交流达到搜索食物的目的.基于这种搜索思想的 ACO 利用其适用性(Adaptive)和强化学习(RL: Reinforcement Learning)的特点,逐步强化搜索方向从而收敛到所研究问题的全局优化解.

以蚁群觅食全过程来描述其过程,如下图所示.

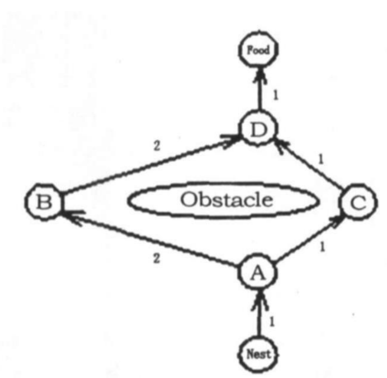

图 1 觅食过程

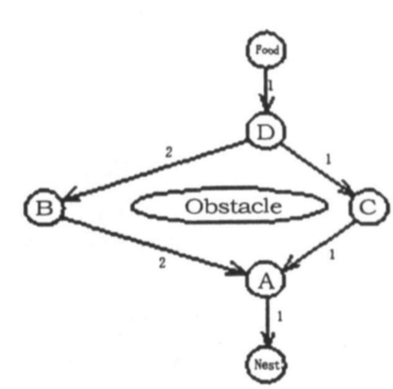

图 2 回巢过程

给定蚁群大小为 20,在时间的推移过程中,各路段上蚂蚁数量和信息量的变化过程见表 1(其中 t 表示时刻,Q 表示路段上或前方路段上的蚂蚁数量,τ 表示信息量,考虑信息量的为匀分布且无损).

从上面蚁群的仿生过程可以看出,蚁群工作方式的本质是:①迹(信息量,Pheromone Trail)越多的路径,被选中的概率越大,即选则机制;②路径越短,在上面的迹增长得越快,即迹更新机制;③蚂蚁之间通过迹进行通信,即协同工作机制.选择机制和迹更新机制构成正反馈机制,在蚁群的协同作用下,正反馈过程使得越来越多的蚂蚁选择最短的路径.

收稿日期:2006-12-06
作者简介:黎新华(1969-),男,湖北通城人,博士,讲师,从事交通运输规划与管理教学与研究工作

表 1 各路段上蚂蚁数量和信息量的变化过程表

t	Nest－A		A－B		A－C		C－D		B－D		D－Food	
	Q	τ	Q	τ	Q	τ	Q	τ	Q	τ	Q	
0	20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	20	20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	20	10	0	10	10	0	0	0	0	0	0
3	0	20	10	10	0	10	10	10	0	0	0	0
4	0	20	0	10	0	10	0	10	10	0	10	10
5	0	20	0	10	0	10	0	10	10	10	10	20
6	0	20	0	10	0	10	5	15	5	15	10	30
7	0	20	0	10	5	15	0	15	5	15	10	40
8	5	25	5	10	0	15	5	20	5	20	0	40
9	?2	?	?	?	?	?	?	?	?	?	?	?

2 算法的基本理论

为描述方便，引用下列符号：考虑网络 $G=(V,E)$，$V=\{V_h: h=1,2,\cdots,n\}$为的网络结点集，下文以其下标 h 代表 v_h，$E=\{(v_i,v_j): i,j\in V$ 且 $i\neq j\}$为网络的弧集；d_{ij}表示节 v_i 点和节点 v_j 之间的距离，且为满足 $d_{ik}+d_{kj}\geq d_{ij}$的欧氏空间距离；记 m 为蚁群系统中蚂蚁的的个数；$\tau_{ij}(t)$表示 t 时刻在路段(i,j)上的信息量.

ACO 优化思想[1]描述如下：初始时刻，各条路段上的信息量相等，设 $\tau_{ij}(0)=C$(C 为大于 0 的常数)；独立主体蚂蚁 $k(k=1,2.\cdots,m)$在运动过程中，与实际蚁群系统的差别在于仿真蚁群具有记忆功能：T_k 表示蚂蚁已经访问过的节点集，$\Omega_k=V\setminus T_k$ 表示未被访问的节点集. 根据各条路段上的信息量决定转移的方向，$p_{ij}^k(t)$表示时刻 t 蚂蚁由位置 i 转移到位置 j 的概率为：

$$p_{ij}^k=\begin{cases}\dfrac{[\tau_{ij}]^\alpha\cdot[\eta_{ij}]^\beta}{\sum\limits_{h\in\Omega_k}[\tau_{ij}]^\alpha\cdot[\eta_{ij}]^\beta}, & j\in\Omega_k\\ 0 & ,\text{其它}.\end{cases}\tag{1}$$

上式中，η_{ij}为按某种启发式算法确定的参数，表示有节点 i 转移到节点 j 的期望程度，α、β 分别表示蚂蚁在运动过程中所积累的信息及启发式因子对其选择路径的决策所起的作用程度的大小.

随着时间的推移，以前留下的信息逐渐消逝，用参数 $1-\rho$ 表示信息消逝程度，ρ 被称为挥发系数，经过一个研究周期(优化时为迭代一次)，所有蚁群个体完成一次循环，各路经上信息量作如下调整：

$$\tau_{ij}(t+1)=p\cdot\tau_{ij}(t)+\triangle\tau_{ij}\tag{2}$$

$$\triangle\tau_{ij}=\sum_{k=1}^{m}\triangle\tau_{ij}\tag{3}$$

$\Delta\tau_{ij}^k$表示第 k 只蚂蚁在本次循环中在路段(i,j)上留下的信息量，根据具体问题的不同，Dorigo 曾经给出 $\Delta\tau_{ij}^k$的三种不同更新模型，分别表示蚁周系统(Ant cycle system)、蚁量系统(Ant Quantity System)以及蚁密系统(Ant Density System)，分别描述如下.

蚁周系统模型表示如下：

$$\triangle\tau_{ij}=\begin{cases}\Theta/L_k, & \text{如在本次循环中，蚂蚁 } k \text{ 经过路段}(i,j)\\ 0 & ,\text{其它}\end{cases}\tag{4}$$

上式中，Θ 为大于 0 的常数，L_k 表示蚂蚁 k 在本次循环中走过的路径长度.

蚁量系统模型表示如下：

$$\triangle\tau_{ij}=\begin{cases}\Theta/d_{ij}, & \text{如在本次循环中，蚂蚁 } k \text{ 经过路段}(i,j)\\ 0 & ,\text{其它}\end{cases}\tag{5}$$

蚁密系统模型表示如下：

$$\triangle\tau_{ij}=\begin{cases}\Theta, & \text{如在本次循环中，蚂蚁 } k \text{ 经过路段}(i,j)\\ 0, & \text{其它}\end{cases}\tag{6}$$

它们的区别在于后两种模型利用的是局部信息，而前者利用的是全局信息. 下面以经典的 TSP 问题求解过程[1,2,4]为例，其优化算法步骤如下：

输入 $G, d_{ij}, m, \rho, \alpha, \beta, C, \Theta$;

输出 TSP 路径.

第 1 步 初始化过程；输入网络信息和参数，置迭代步长 $\omega=0$，$\tau_{ij}(\omega)=C$，$\Delta\tau_{ij}=0$，ρ、Θ 为给定值，令算法中的启发式因子 $\eta_{ij}=1/d_{ij}$，$L_{best}^0=\infty$记录当前最好解的费用值和径路.

第 2 步 设置禁忌表；将个蚂蚁个体分别置于个随机选择的节点，置第 k 个蚂蚁个体的禁忌表 $\Omega_k=V\setminus T_k$，置 $\omega=\omega+1$，转第 3 步；

第 3 步 路径搜索；在给定路段费用的前提下，对于任意的个体，以(1)式中概率 p_{ij}^k从节点 i 转移到节点 j，并更新禁忌表；重复上述过程直到所有个体到达相应的出发点，转第 4 步；

第 4 步 收敛性检查；计算各个蚂蚁个体所求得的 *TSP* 路径长度 L_k，记录当前最好解为 L_{best}^ω，如果迭代次数 ω 等于预设迭代次数，停止；否则转第 5 步；

第 5 步 路段信息更新；根据给定参数及 L_k 计算蚂蚁个体 k 所经过的路段 $i\rightarrow j$ 的 $\Delta\tau_{ij}^k$，并求取 $\Delta\tau_{ij}=\sum_{k=1}^{m}\Delta\tau_{ij}^k$，更新路段信息 $\tau_{ij}(\omega+1)=\rho\cdot\tau_{ij}(\omega)+\Delta\tau_{ij}$，转第 2 步.

由算法的步骤可知时间复杂度为 $O(\omega\cdot m\cdot n^2)$. 同时由于算法对图的对称性以及目标函数无特殊要求，因此可以运用于各种非对称及非线性问题的求解，特别是组合优化问题.

3　关键技术问题

3.1　解的形式

运用本算法的实质是将所研究的问题转化为在合适的网络中寻求可行径路的优化问题,并确定解的可达性,也即邻域的构造.由于将问题转化为网络优化问题,邻域的构造详细可参考文献[5].

3.1.1　参数的确定

算法中的参数设定目前尚无理论依据,已公布的实验结果都是针对特定问题而言的[2,6].

1) 蚁群的大小 m 一般近似等于与问题的规模 n,可以取$\sqrt{n}$等值,防止增加搜索时间;

2) C,Θ 为事先给定的常数,$1\leq\Theta\leq10\ 000$,可以考虑近似满 $C=1/|E|$;

3) ρ 表示信息的持久性,$1-\rho$ 表示信息消逝程度.一般要求为 $0.1\leq\rho\leq0.99$(0.7 左右);

4) α 与 β 分别对应信息量和能见度对决策的权重,参照TSP问题的取值设定,同时考虑问题中启发式因子的重要程度以及各目标的要求.一般有 $0\leq\alpha\leq5$, $1\leq\beta\leq5$,.由于这两个参数的选取对问题的求解速度以及收敛性有极大的影响,因此,有学者运用遗传算法的方法动态的确定参数.

3.1.2　启发式因子 η_{ij}的确定

一般情况下 η_{ij}为问题目标的评价函数,如 *TSP* 问题的 $\eta_{ij}=1/d_{ij}$.可选择适应函数进行替代[2,5].

3.1.3　收敛规则[2,5]

常用的两种方法:(1)给定的迭代步长;(2)解无改进准则.

4　算法分析

4.1　算法特点[1,2,6,7,18]

根据已有的实验结论,特别是TSP问题的研究,该算法具有以下的优点:

1) 较强的鲁棒性:对基本的ACO算法模型进行修改,可以应用于其它问题;

2) 分布式的计算:ACO算法是一种基于种群的进化算法,具有本质的并行性,易于并行实现;

3) 易于与其它方法的结合:ACO算法很容易与多种启发式算法结合,易于改进算法的性能.

缺陷:1)搜索时间长,算法的复杂度上体现;2)算法容易出现停滞,所有个体发现的解相同.

4.2　收敛性研究

蚁群算法的主要依据是信息的正反馈原理和某种启发式算法的有机结合,这种算法在构造解的过程中,利用随机选择策略,这种选择策略使得进化速度较慢,正反馈原理旨在强化性能较好的解,却容易出现停滞想象.为解决这些问题,提出了以下几种修正方法:

1) Ant－Q System[8,9]

为了防止算法过早的收敛于局部的局部最优,选择方式修正为更一般的形式:

$$J=\begin{cases}\arg\max_{j\in\Omega_j}\{[\mathrm{AQ}(i,j)]^{\alpha}[\mathrm{HE}(i,j)]^{\beta}\}, & if\ p\leqslant p0\\ \text{依概率 } pkij(\omega)\text{选择 } j & \text{,其它}\end{cases}\tag{7}$$

AQ 值按照如下规则进行更新:$AQ(i,j)\leftarrow(1-a)\cdot AQ(i,j)+a(\triangle \mathrm{AQ}(i,j)+\gamma\cdot\max_{j\in\Omega_j}AQ(i,j))$其中,$p_0\in(0,1)$,$p$ 是$(0,1)$中均匀分布的随机数,增加随机选择相结合的选择策略搜索整个解空间,γ 为折扣因数,$0\leqslant\gamma<1$.在一般的应用中,可以(7)式修改为下式:

$$J=\begin{cases}arg\ \max_{j\in\Omega_j}\{[\tau_{ij}^{k}(\omega)]^{\alpha}[\eta_{ij}^{k}(\omega)]^{\beta}\}, & if\ p\leqslant p0\\ \text{依概率 } pkij(\omega)\text{选择 } j & \text{,其它}\end{cases}\tag{8}$$

(2) MAX－MIN Ant System(MMAS,最大最小蚁群系统)[10,11]

MMAS限定迹浓度允许的的上下限,并且采用平滑机制.在算法启动时将所有支路上的迹浓度初始化为最大值 $\tau_{ij}^{\max}$,每次迭代后,按挥发系数 ρ 降低迹浓度,只有最佳路径上的支路才允许增加其浓度,并保持在高水平上.迹浓度更新如下:

$$\tau_{ij}(t+1)=\rho\cdot\tau_{ij}(t)+\triangle\tau_{ij}^{\mathrm{best}}=\rho\cdot\tau_{ij}(t)+1/f(s^{\mathrm{best}})\tag{9}$$

s^{best}表示迭代最优解或者当前最优解.并且 τ_{ij}满足下面的限制:

$$\tau_{ij}=\begin{cases}\tau_{ij}^{\max}\ if\ \tau_{ij}>\tau_{ij}^{\max}\\ \tau_{ij}^{\max}\ if\ \tau_{ij}<\tau_{ij}^{\max}\end{cases}\tag{10}$$

$\tau_{ij}^{\max}$根据搜索过程,动态确定:

$$\tau_{ij}^{\max}=\frac{1}{1-\rho}\cdot\frac{1}{f(s^{\mathrm{best}})}\tag{11}$$

(11)式的证明,由(9)式可以推导除:

$$\tau_{ij}^{\max}=\sum_{i=1}^{\omega}\rho^{\omega-i}\cdot\frac{1}{f(s^{\mathrm{best}})}+\rho^{\omega}\cdot\tau_{ij}(0)\tag{12}$$

而 $\rho<1$,所以(11)式为迹的上限.$\tau_{ij}^{\max}=\tau_{ij}^{\max}/n$ 用于限制 $\tau_{ij}^{\max}$,n 为大于0的整数.

平滑机制——防止局部收剑,仅采用最大最小迹浓度限制还不足以在较长的运行时间里消除停滞现象,因此采用了平滑机制:迹浓度的增加正比于 $\tau_{ij}^{\max}$当前度 $\tau(ij)$之差,

$$\tau_{ij}(\omega+1)=\tau_{ij}(\omega)+\delta(\tau_{ij}^{\max}(\omega)-\tau_{ij}(\omega))\tag{13}$$

δ 是满足 $0\leq\delta\leq1$ 的折算因子.

3) 组合策略

在进化的初期,由于信息量的相差不明显,要在较长的时间内才能收敛到较好的路径上.为此,Dorigo等学者提出在算法的过程中加入K－opt算法[2,5].引入传统的局部搜索算法和现代的随机搜索思想是解决ACO收敛策略的重要研究课题.

5　研究现状及其发展

ACO算法已成功应用于NP困难的组合最优化问题[1,2,12～18],如TSP问题、二次指派问题、排序问题、车辆调度问题、多目标径路、最优树等,并被用于解决大规模集成电路

设计、通讯网络中的负载平衡问题、人工智能等,结果可与模拟退火、遗传算法等通用的启发式算法相媲美;蚁群算法和局部搜索算法相结合(称为混合蚁群算法)应用于解二次指派问题和排序问题,得到的结果可以与专用算法相媲美;将其用于解决交通流分配问题[8],分配的结果令人满意,且实现了过程的仿生思想.受其影响,蚁群系统模型逐渐引起了其它研究者的注意,D.Costa 和 A.Hertz 在 M.Dorigo 等人研究成果的基础上,提出了一种求解分配类型问题(assignm ent-type problem)的一般模型,并用来研究图着色问题.G.Bilchev、I.C.Parmee 研究了求解连续空间优化问题的蚁群系统模型.虽然国外在 ACO 算法上提出了较多的理论研究方法和实践应用,但国内的研究基本上处于介绍的阶段.由于 ACO 算法诞生的时间较短,理论上还存在较多的缺陷,因而在理论上的收敛策略研究以及应用的扩展仍需要进一步的努力,本文为 ACO 算法的发展提供了较好的研究参考.

参考文献:

[1]Marco Dorigo, Eric Bonabeau, Guy Theraulaz. Ant algorithms and stigmergy[J]. Future Generation Computer Systems, 2000(16).

[2]Marco Dorigo and Gianni Di Caro.Ant Algorithms for Discrete Optimization[J].Artificial Life,MIT Press,1999.

[3]N. Monmarché, G. Venturini, M. Slimane. On how Pachycondyla apicalis ants suggest a new search algorithm[J]. Future Generation Computer Systems. 2000(6).

[4]M. Dorigo,L.M. Gambardella. Ant colonies for the traveling salesman problem[J]. BioSystems. 1997(43).

[5]刑文训,谢金星.现代优化计算方法[M].北京:清华大学出版社,1999.

[6]马良,项培军.蚂蚁算法在组合优化中的应用[J].管理科学学报,2001.4(2).

[7]张纪会,高齐圣,徐心和.自适应蚁群算法[J].控制理论与应用, 2000(17).

[8]Luca M. Gambardella and Marco Dorigo. Ant-Q: A Reinforcement Learning approach to the traveling salesman problem. Proceedings of ML-95, Twelfth Intern. Conf. on Machine Learning, Morgan Kaufmann, 1995, 252-260.

[9]Dorigo and Gambardella. A study of some properties of Ant-Q. Proceedings of PPSN IV-Fourth International Conference on Parallel Problem Solving From Nature, H.-M. Voigt, W. Ebeling, I. Rechenberg and H.-S.Schwefel (Eds.), Springer-Verlag, Berlin, 656-665.

[10]Thomas Stutzle and Holger H. Hoos. Max-Min Ant system [M].Preprint submitted to Elsevier Science.1999.

[11]Walter J. Gutjahr.ACO algorithms with guaranteed convergence to the optimal solution[J].Information Processing Letters. 82 (2002):145-153.

[12]B. Bullnheimer, R.F. Hartl, C. Strauss. An improved Ant System algorithm for the vehicle routing problem[J],Technical Report POM-10/97, Institute of Management Science, University of Vienna, Austria, 1997, Ann. Oper. Res. 1999 (89).

[13]Thomas Stutzle and Marco Dorigo. ACO Algorithms for the Quadratic Assignment Problem. New Ideas in Optimization[J]. New Ideas in Optimization,McGraw-Hill,1999.

[14]E.-G. Talbi, O. Rouxb, C. Fonlupt, D. Robillard. Parallel Ant Colonies for the quadratic assignment problem[J]. Future Generation Computer Systems. 2001(17).

[15]F. Comellas,J. Ozon.An Ant Algorithm for the Graph Colouring Problem [J]. ANTS'98-From Ant Colonies to Articial Ants: First International Workshop on Ant Colony Optimization. Brussels, Belgium, October 15-16,1998.

[16]王颖,谢剑英.一种基于改进蚁群算法的多点路由算法[J].系统工程与电子技术,2001,23(8).

[17]莫辉辉,史峰.随机用户平衡配流的自适应优化算法研究[R].第五届全国交通运输青年学术会议论文集,2003.

[18]候向丹.蚂蚁算法扩展性及其应用研究[D].河北工业大学学位论文,2002,3.

The ACO Algorithm and it's Convergence Strategy Research Progress

LI Xin-hua[1], MO Hui-hui[2]

(1.Guangdong Communication Polytechnic, Guangzhou, 510650;2.Chinese Communication and Transportation Association, Beijing 100053, China)

Abstract:The ant colony algorithm is a novel evolutionary algorithm. The characteristic of the method is to achieve the global optimal by bionicing the local optimal of each adaptive individual. The method is of automatism mode and great searching ability to solution. By researching the basic theory and the application in practice of the ant colony algorithm, the author studies it's solving theories and researches convergence strategy comprehensively. It plays a good role in the process of study to the ant colony algorithm.

Key words: ant colony optimization algorithm; convergence strategy; Ant-Q system; max-min ant system