

文章编号: 1005-0523(2007)04-0025-05

连续梁桥车桥耦合振动分析的数值解法

王运金¹, 桂水荣², 陈水生²

(1. 江西省路桥工程局, 江西 南昌 330003; 2. 华东交通大学 土木建筑学院, 江西 南昌 330013)

摘要: 将连续梁桥简化为二维的平面梁单元模型, 车辆简化为五自由度二分之一车模型, 分别建立车辆与桥梁振动方程; 该方法以车轮接触处位移协调条件与相互作用力的平衡关系相联系, 建立车辆与桥梁耦合振动方程, 利用模态综合叠加法并结合 Newmark- β 积分格式进行迭代求解. 通过本文数值解与解析方程的 Runge-kutta 法解进行对比, 证明该方法确实有效可行. 由于桥梁振动响应主要由若干低阶振动模态起控制作用, 对于大跨度复杂桥梁, 这就大大降低了矩阵的维数, 提高了计算速度, 且该方法对于不同类型桥梁具有很强的通用性.

关键词: 连续梁桥; 车桥系统; 迭代求解; 模态综合法

中图分类号: U441.3

文献标识码: A

1 引言

近年来, 随着交通事业的迅速发展, 车辆的载重与行驶速度越来越高, 桥梁结构的桥道与主梁的布置和构造形式多种多样, 同时因采用轻质高强度材料而愈来愈轻型化. 当车辆通过桥梁时将引起桥梁结构的振动, 而桥梁结构的振动又反过来影响车辆的振动, 这种相互作用、相互影响的问题就是车辆与桥梁之间的耦合振动问题.

车桥系统实际上是时变系统, 因此大多采用时域分析方法. 根据所建立的车桥系统方程的不同, 目前大体分为以下两种方法: (1) 将车桥系统以车轮与桥面接触处为界, 分为车辆与桥梁两个子系统, 分别建立车辆与桥梁振动方程, 两者之间通过车轮接触处的位移协调条件与相互作用力的平衡关系相联系, 采用迭代法求解系统响应^[1]; (2) 将车辆与桥梁的所有自由度耦联在一起, 建立统一的方程组, 进行同步求解^[2]. 目前前一种方法被广泛采用.

本文将整个车桥系统在车轮与桥面接触处划分为车辆与桥梁两个子系统, 分别建立车辆与桥梁运

动方程. 车辆采用五自由度的平面车辆模型, 桥梁采用平面梁单元建立连续梁模型, 利用模态综合叠加法进行迭代求解. 由于桥梁振动响应主要由若干阶模态组成, 所以在车桥耦合系统分析中只需提取若干低阶振型来进行响应分析, 这样就大大减少了体系计算自由度, 提高了运算效率. 同时, 通过与解析方程采用 Runge-kutta 法计算移动弹簧质量车模型作用下简支梁的振动响应进行对比分析, 证明该方法确实有效可行. 本文中解析方程的 Runge-kutta 解即通过推导出等截面简支梁桥的振型函数, 根据 Euler-Bernoulli 梁的弯曲振动方程, 建立移动荷载作用下简支梁动力平衡方程, 采用 Runge-kutta 法求其数值解.

2 车桥耦合振动方程的建立

2.1 车辆模型

车辆模型采用五自由度二分之一车模型, 车辆模型简化如图 1 所示. 根据振动原理可推出车辆振动方程:

收稿日期: 2007-01-10

基金项目: 江西省自然科学基金资助项目(550012)

作者简介: 王运金(1965-)男, 江西都昌人, 高级工程师.

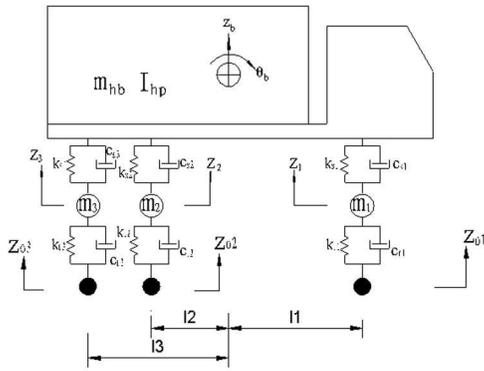


图1 五自由度二分之一车模型

$$[M_v]\{Z\} + [C_v]\{\dot{Z}\} + [K_v]\{Z\} = \{F_v^{inl}\} \quad (1)$$

其中： $\{F_v^{inl}\}$ 为振动过程中作用于车辆各自由度的惯性荷载列向量； $[M_v]$ 、 $[C_v]$ 、 $[K_v]$ 分别为车辆系统的质量、阻尼和刚度矩阵； $\{Z\} = \{z_1 \ z_2 \ z_3 \ z_b \ \theta_b\}^T$ 为车辆各自由度向量。

2.2 桥梁模型

由于直接采用桥梁有限元几何模型，计算自由度很多，工作量很大，为减少计算自由度，桥梁模型中引进了模态综合技术，即广义坐标离散的方法；首先求出结构自由振动的频率和振型，利用振型的正交性，把相互耦联的数百个节点运动方程解耦，使其转化为相互独立的模态方程。由于结构的动力响应主要由若干低阶振型起控制作用，这样在计算过程中大大减少矩阵维数。

采用有限元进行分析时，桥梁的振动方程为：

$$[M_b]\{U\} + [C_b]\{\dot{U}\} + [K_b]\{U\} = -\{F_{bw}^{inl}\} - \{F_g\} \quad (2)$$

其中： $\{F_{bw}^{inl}\}$ ：车辆振动过程中各车轮作用于桥面的惯性荷载向量； $\{F_g\}$ ：由车辆重力引起的荷载向量； $\{U\}$ ：单元结点向量。

使用典型 Rayleigh 阻尼，模态空间取 r 阶模态，根据振型分解法有 $\{U\} = \sum_{i=1}^r \{\varphi_i\} q_i = [\Phi]\{q\}$ ，那么式(2)可以改写为：

$$[I]\{\ddot{q}\} + [x]\{\dot{q}\} + [\Omega]\{q\} = -[\Phi]^T(\{F_{bw}^{inl}\} + \{F_g\}) \quad (3)$$

其中： $[I] = \begin{bmatrix} 0 & & \\ & 1 & \\ & & 0 \end{bmatrix}_{r \times r}$ $[x]$

$$= \begin{bmatrix} 0 & & \\ & 2\xi_i\omega_i & \\ & & 0 \end{bmatrix}_{r \times r}$$
 $[\Omega] = \begin{bmatrix} 0 & & \\ & \omega_i^2 & \\ & & 0 \end{bmatrix}_{r \times r}$ $[\Phi]$ 为 r 阶

模态向量矩阵。

2.3 车—桥耦合模型

车辆系统振动对桥梁产生惯性力为： $F_{bw}^{inl} = F_v^{inl} = k_{ti}\Delta_i + c_{ti}\dot{\Delta}_i$ (4)

其中：下标 i 代表第 i 个车轮接触点；

Δ_i 为第 i 个车轮相对于桥面的垂直位移，且有 $\Delta_i = z_{oi} - y_i + r_i$ (5)

y_i ：车轮处桥梁的垂直位移； z_{oi} ： i 车轮处的车轮垂直位移； r_i ： i 车轮处的桥面不平度。

3 算法分析

在有限单元中， i 车轮处桥梁结点位移可以用插值函数表示为 $y_i = \langle N \rangle_i \{U\}$ ，那么梁的振动位移可以表示为：

$$y_i(x, t) = \langle N \rangle_i \{U\} = \langle N \rangle_i [\Phi] \{q\} \quad (6)$$

$$\dot{y}_i(x, t) = v \cdot \langle N, x \rangle_i \{U\} + \langle N \rangle_i \{\dot{U}\}, t = v \langle N, x \rangle_i [\Phi] \{q\} + \langle N \rangle_i [\Phi] \{\dot{q}\} \quad (7)$$

车辆与桥梁相互作用力可以表示为：

$$\{F_{bw}^{inl}\} + \{F_g\} = \sum_{i=1}^n \{N\}_i (F_{bw}^{inl} + F_g) \quad (8)$$

其中： $F_{bw}^{inl} = k_{ti}(z_{oi} - \langle N \rangle_i [\Phi] \{q\} - r_i) + c_{ti}(\dot{z}_{oi} - v \langle N, x \rangle_i [\Phi] \{\dot{q}\} - \langle N \rangle_i [\Phi] \{\dot{q}\} - v \cdot \dot{r}_{i,x})$ (9)

将(1)、(3)及(8)式联立得矩阵

$$[M(t)]\{\delta\} + [C(t)]\{\dot{\delta}\} + [K(t)]\{\delta\} = \{F(x, t)\} \quad (10)$$

式中： $[M(t)]$ 、 $[C(t)]$ 、 $[K(t)]$ 随移动车辆系统在连续梁上位置的变化而变化；广义荷载列阵 $\{F(x, t)\}$ 也随车辆系统在桥上的位置而变化； $\{\delta\}$ 为连续梁的模态广义坐标与车辆系统广义坐标组成的列阵。即 $\{\delta\} = \{q_1 \dots q_r \ z_1 \ z_2 \ z_3 \ z_b \ \theta_b\}^T$ 。对该时变系统的求解，近似认为在每一时步 Δt 内矩阵为常矩阵，可以采用 Newmak- β 逐步积分法求解，在每个 Δt 的起点和终点建立动力平衡条件。具体流程如下：

1) 初始计算

- a. 形成车辆系统矩阵 $[M_v]$ 、 $[C_v]$ 和 $[K_v]$ ；
- b. 计算桥梁固有频率和对应的振型向量，并形成 $[\Omega]$ 和 $[\Phi]$ 矩阵；
- c. 选定车辆和桥梁的初始条件；
- d. 选择积分步长 Δt 、参数 γ 和 β ，计算积分常数

2) 对每一时间步 Δt

3) 对每一个车轮 i

a. 判定该车轮在桥上的纵向位置；

- b. 形成车轮处桥梁的插值函数
- c. 计算荷载列阵 $\{F(x, t)\}$
- d. 形成车桥耦合的广义质量、阻尼和刚度矩阵 $[M(t)]$ 、 $[C(t)]$ 和 $[K(t)]$

e. 形成有效刚度矩阵 $[K^*(t)] = [K(t)] + a_0 [M(t)] + a_1 [C(t)]$

4) 求每个时间步响应

a. 计算 $t + \Delta t$ 时刻的有效荷载

$$F_{i+1}^* = F_{i+1} + M(a_0 \delta_i + a_2 \delta_i + a_3 \delta_i) + C(a_1 \delta_i + a_4 \delta_i + a_5 \delta_i)$$

b. 求解 $t + \Delta t$ 时刻的位移, 解方程

$$[K^*(t)] \delta_{i+1} = F_{i+1}^*$$

c. 计算 $t + \Delta t$ 时刻的加速度和速度

$$\delta_{i+1} = a_0 (\delta_{i+1} - \delta_i) - a_2 \delta_i - a_3 \delta_i$$

$$\delta_{i+1} = \delta_i - a_6 \delta_i - a_7 \delta_{i+1}$$

4 算例分析

算例 1 为验证本文算法及程序的正确性, 取文献^[9]中接近实际的简支梁和文献^[10]中车辆参数, 车辆采用移动弹簧质量模型进行验算. 悬架刚度 $k_1 = 6.5e5 \text{ N/m}$; 悬架阻尼 $c_1 = 2.1e4 \text{ N}\cdot\text{s/m}$; 车轮及悬架质量 $m_1 = 1425 \text{ kg}$; 车身质量 $m_2 = 32025 \text{ kg}$; $v_0 = 20 \text{ m/s}$; 单位长度梁的质量 $m = 1.2 \times 10^4 \text{ kg/m}$, 单位长度梁的刚度 $EI = 1.275 \times 10^{11} \text{ N}\cdot\text{m}^2$, 跨度 $L = 40 \text{ m}$, $c = 0$. 用本文方法与 Runge-kutta 方法进行比较, 结果发现图形几乎完全重合, 计算结果如图 2 及表 1. 这充分说明了本文方法的正确性和有效性.

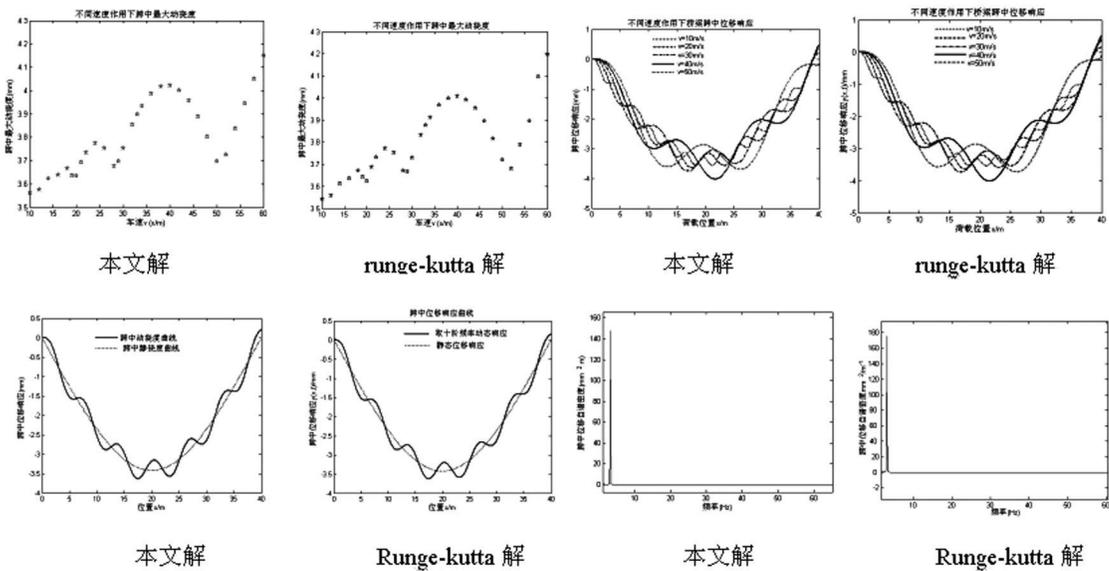


图 2 算例 1 计算结果

表 1 不同速度作用下跨中最大动挠度值

车速(m/s)	跨中最大动挠度(mm)	
	本文解	解析方程 Runge-kutta 解
10	3.561 9	3.543 7
16	3.640 1	3.636 5
22	3.735 8	3.731 9
26	3.752 7	3.752 9
30	3.754 2	3.739 6
33	3.898 2	3.877 0

算例 2 根据文献^[4]的车辆参数及文献^[9]的桥梁参数, 本文对连续梁桥的车-桥耦合系统的参数设定为: $m = 1.2 \times 10^4 \text{ kg/m}$, $EI = 1.275 \times 10^{11} \text{ N}\cdot\text{m}^2$, $L_1 = L_2 = L_3 = 40 \text{ m}$, $c = 0$. $m_1 = 480 \text{ kg}$; $m_2 = 945 \text{ kg}$; $m_3 = 945 \text{ kg}$; $m_{hh} = 32025 \text{ kg}$; $I_{hh} = 82615.67 \text{ kg/m}^2$; $l_1 = 3.$

6524 m ; $l_2 = 0.2726 \text{ m}$; $l_3 = 1.6726 \text{ m}$; $c_{11} = 2e4 \text{ N}\cdot\text{s/m}$; $c_{12} = 2e4 \text{ N}\cdot\text{s/m}$; $c_{13} = 2e4 \text{ N}\cdot\text{s/m}$; $k_{11} = 225e4 \text{ N/m}$; $k_{12} = 400e4 \text{ N/m}$; $k_{13} = 400e4 \text{ N/m}$; $c_{s1} = 2e4 \text{ N}\cdot\text{s/m}$; $c_{s2} = 2e4 \text{ N}\cdot\text{s/m}$; $c_{s3} = 2e4 \text{ N}\cdot\text{s/m}$; $k_{s1} = 400e4 \text{ N/m}$; $k_{s2} = 800e4 \text{ N/m}$; $k_{s3} = 800e4 \text{ N/m}$.

本算例取桥梁结构前 10 阶振型, 且不考虑桥梁结构阻尼, 计算 $v = 20 \text{ m/s}$ 车速下车桥耦合振动响应. 图 3 和图 4 表明三跨等截面连续梁在第一跨跨中动挠度最大, 且动挠度围绕着静挠度上下波动. 图 5 表明随着桥梁阻尼比的增大, 动挠度波动逐渐减小, 且最大动挠度点处相应挠度值也减少, 从而可以得出, 随着桥梁阻尼比的增大, 冲击系数相应减少. 图 6 为第一跨跨中位移自谱密度, 表 2 为连续梁桥前十阶自振频率表, 从图 6 及表 2 可以看出, 该连续

梁桥振动响应主要由第一、二阶频率控制,高阶频率对第一跨跨中振动响应影响不明显.

表2 连续梁桥前十阶自振频率

阶数	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十
频率	3.19	4.09	5.97	7.21	12.66	14.43	17.68	21.65	28.12	30.69

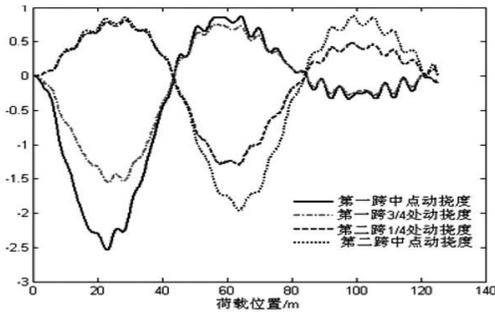


图3 不同点处动挠度曲线

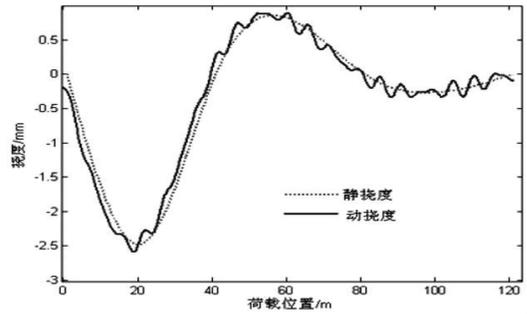
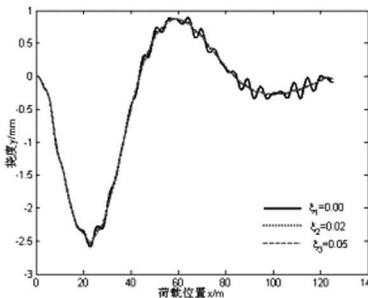
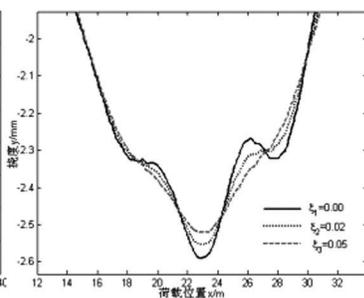


图4 动挠度曲线与静挠度曲线对比



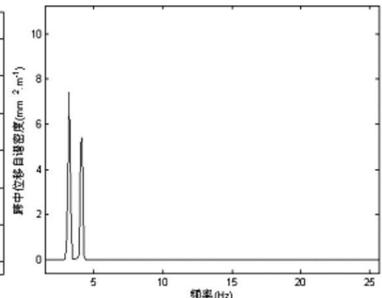
(a) 全桥振动响应



(b) 第一跨跨中响应局部放大

图5 不同阻尼比 ζ 作用下桥梁第一跨跨中动挠度曲线

图6 第一跨跨中位移自谱密度



通过算例1和算例2的分析可知,本文提出的方法确实可行.目前国内研究车桥耦合振动响应主要采用两种方法:一种是通过有限元软件建模提取其刚度矩阵和质量矩阵,将车辆各自由度与桥梁单元所有自由度结合在一起,建立统一方程组来进行求解.这种方法对于复杂桥型,由于在建模过程中需要非常多的单元(且单元类型不能保持一致),因而节点自由度非常多,使得车桥耦合方程组矩阵维数非常大,计算速度非常慢.第二种方法也即本文所运用方法,通过有限元软件建模提取其振型和频率,将有限元法和模态综合叠加技术引入到车桥耦合振动模型中来,由于桥梁振动响应主要由若干低阶模态组成,这就导致车桥耦合方程组矩阵维数大大降低,从而提高了求解速度.在建模提取桥梁结构振型特性时,由于只需提取车轮行驶单元节点处振型向量,不必考虑车轮作用单元以外其它节点振型的影响(非车轮作用单元对车轮作用点处振型向量的贡献已在有限元建模过程中反映出来了),因而采用这种方法编制程序具有非常大的通用性;另外,采用该方法可以做车桥耦合振动细部结构动力响应分析,而采用第一种方法,如果将单元划分过细,必将导致

桥梁刚度矩阵和质量矩阵非常大,使得计算难以进行,而采用本文方法却很容易实现.目前国外研究车桥耦合振动基本上都采用该方法.

5 结语

将连续梁桥离散为单元模型,分别建立车辆与桥梁运动方程;以车轮与桥面接触处的位移协调条件与相互作用力的平衡关系相联系,建立车辆与桥梁耦合振动方程,利用模态综合叠加法并结合 Newmark- β 积分格式进行迭代求解.运用所编制的程序进行对比分析,结果表明该方法确实可行,对各种复杂桥型具有很强的通用性,且便于分析桥梁细部结构动力响应.

参考文献:

[1] 李小珍, 马文彬, 等. 车桥系统耦合振动分析的数值解法[J]. 振动与冲击, 2002, 21(3): 21-25.
 [2] K. Henchi, M. Fafard. An Efficient Algorithm for Dynamic Analysis of Bridges under Moving Vehicles using a Coupled Modal and Physical components approach[J]. Journal of sound and Vi-

- bration 1998, 212(4): 663—683.
- [3] P. K. Chatterjee, T. K. Datta and C. S. Surana Vibration of Continuous Bridges under Moving Vehicles [J]. Journal of Sound and Vibration 1994, 169(5): 619—632.
- [4] Mario Fafard, Martin Laflamme Dynamic Analysis of Existing Continuous Bridge[J]. Journal of bridge engineering @ ASCE, 1998, (1): 28—37.
- [5] J. Hino, T. Yoshimura and K. Konishi A Finite Element Method Prediction of The Vibration of a Bridge Subjected to a Moving Vehicle Load[J]. Journal of Sound and Vibration 1984, 96(1): 45—53.
- [6] Claude Broquet, Simon F. Bailey Dynamic Behavior of Deck Slabs of Concrete Road Bridge[J]. Journal of bridge engineering @ ASCE, 2004, (2): 137—146.
- [7] Dongzhou Huang, P. E. M. ASCE Dynamic and impact Behavior of Half-Through Arch Bridges[J]. Journal of bridge engineering @ ASCE, 2005, (2): 133—141.
- [8] 瞿伟廉, 刘嘉. 万州长江大桥车桥耦合振动的研究[J]. 华中科技大学学报, 2004, 3, 1—4.
- [9] 盛国刚, 彭献, 李传习. 连续梁桥与车辆耦合振动系统冲击系数的研究[J]. 桥梁建设, 1003—4722(2003)06—0005—03.
- [10] 唐 意. 刚架拱桥车辆振动可视化仿真研究[D]. 福州大学硕士学位论文, 2003, 1.

An Efficient Algorithm for Coupled Vibration Analysis of Continuous Bridges under Moving Vehicle

WANG Yun-jin¹, GUI Shui-rong², CHEN Shui-sheng²

(1. Jiangxi Provincial Road & Bridge Engineering Bureau, Nanchang 330003;

2. Department of Civil Engineering, East China Jiaotong University, Nanchang 330013, China)

Abstract: A general and efficient method is proposed for the resolution of the dynamic interaction problem between a bridge, discretized by a two-dimensional finite element model, and a dynamic system of vehicles with five degree of freedom running at a prescribed speed. Establishing the equations of motion for the bridge and the vehicles respectively, an iteration solution method is presented to analyse the coupling vibration response of vehicle-bridge system based on the same displacement and coupling force at the interface. The Newmark method is used for solving the motion equations. The numerical method is validated availability and feasibility through comparing the result of the text with the analysis of Runge-kutta method. Because of the response of bridge resting with some low mode, the dimension of matrix are reduced furthest, at the same time, the velocity of computing are improved. This method could be used for any intricate bridge.

Key words: continuous bridge; vehicle-bridge system; iterative solution mode superposition