

快速多极多域虚边界元法解不同材料组合结构

蒋彦涛, 许强, 张志佳

(同济大学 建筑工程系, 上海 200092)

摘要: 将快速多极算法和广义极小残值法(GMRES)的基本思想运用于虚边界元法的方程求解中, 并构造了多域组合问题虚边界元法的快速多极展开的实施思路, 且将此方法用于不同材料组合结构问题的求解. 采用此方法能够使得原问题方程组求解的计算耗时量和储存量降至与所求问题的计算自由度成线性比例. 数值算例验证了方法的可行性、计算精度和计算效率.

关键词: 快速多极算法; 广义极小残值法; 虚边界元法; 组合结构/弹性力学

中图分类号: O343.1; TB33

文献标识码: A

由两种或两种以上不同材质组合形成的结构, 在工程中易见, 如不同材料的接触问题、复合材料含夹杂问题等. 对不同材料组合体的分析, 其结合面处的应力、应变及位移如何计算得更精确, 是值得深究的. 对此问题的求解, 常采用的数值方法如有限元法、边界元法等. 就有限元法而论, 如“位移元模式”, 其应力的计算精度往往低于位移的, 尤其是常规单元, 单元间的应力是不连续的, 这将导致不同材料组合体问题的分析计算精度较差^[1,2]. 若采用边界元直接法, 由于解的奇异性及存在边界层效应使得结合面处的位移和应力计算精度相对较低; 尽管采用文献^[3]的修正边界元法求解, 也由于 Hetenyi's 基本解表达式非常繁琐和该方法应用的局限性(契合面为平面或直线), 使其应用不易推广. 相对而言, 虚边界元法^[4-6]能够避免上述方法的不足, 其更加适合模拟多相介质组合结构的问题.

但是, 虚边界元法与边界元直接法一样, 存在着对大规模问题的数值模拟耗时较多和存储量大的不足. 近年来, 一些学者把快速多极算法(Fast Multipole Method, FMM)^[7,8]应用于边界元直接法方程组的迭代求解, 形成了“快速多极边界元法”^[9,10], 使边界元法求解大规模问题得到实现. 而本文旨在将快速多极展开法的基本思想运用于多域组合问题虚边界元法的方程求解中, 以形成计算量和储存量均为量级的快速多极多域组合问题虚边界元法(Fast Multipole VBEM)的求解思想, 并将其应用于不同材料组合结构问题的数值模拟. 数值算例验证了该方法的可行性, 计算精度和计算效率.

此处须强调的是, 由于虚边界元法与边界元直接法建立求解方程的思路不同, 故对快速多极展开的基本思想的运用及实施过程均存在着本质的区别; 也就是说, 尽管快速多极展开法的数学理论的基本思想是一种定式, 但其对不同类型的数学物理问题和不同的数值算法的运用及实施过程则存在着截然不同的不同.

1 多域组合问题虚边界元法简述

虚边界元法的思想详见文献^[4-6], 此处仅作简述. 采用虚边界元法对多域组合问题求解的基本思想是: 将整个求解域视为具有不同属性子域(或分域)的组合体, 假定在各子域虚边界上作用有未知待求的虚荷载

函数,而关于虚拟函数场在虚边界上单元的结点值是由基本解及依据叠加原理所建立的积分方程(见式(1)、(2))且经数值离散化,通过满足原问题所给定的位移、面力外部边界条件(见式(3))及相邻子域结合面上的位移、面力连续性条件(见式(4))来求之。

$$u_i(X) = \int_S U_{lm}^*(X, Y) \varphi_m(Y) dS(Y) \quad (1)$$

$$p_i(X) = \int_S P_{lm}^*(X, Y) \varphi_m(Y) dS(Y) \quad (2)$$

其中: $U_{lm}^*(X, Y)$ 、 $P_{lm}^*(X, Y)$ 分别为平面问题的位移和面力基本解,即

$$U_{lm}^*(X, Y) = \frac{1}{8\pi\mu(1-\nu)r} [(3-4\nu)\delta_{lm}\ln(\frac{1}{r}) + r_l r_m - \frac{1}{2}\delta_{lm}]$$

$$P_{lm}^*(X, Y) = -\frac{1}{4\pi(1-\nu)r} \left\{ \frac{\partial r}{\partial n} [(1-2\nu)\delta_{lm} + 2r_l r_m] + (1-2\nu)(r_l n_m - r_m n_l) \right\}$$

这里 δ_{lm} 为 Kronecker 符号 μ 为剪切模量 ν 为泊松比 r 是源点 Y 到场点 X 的距离 n 是实边界上点的外法矢。

$$\left. \begin{aligned} u_l^{(i)}(X) &= \overline{u}_l^{(i)}(X) \\ p_l^{(i)}(X) &= \overline{p}_l^{(i)}(X) \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

$$\left. \begin{aligned} u_l^{(i)}(X) &= u_l^{(j)}(X) \\ p_l^{(i)}(X) &= -p_l^{(j)}(X) \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

其中: $\overline{u}_l^{(i)}(X)$ 、 $\overline{p}_l^{(i)}(X)$ 为当前子域 Ω_i 所给定的外部已知边界条件; $u_l^{(i)}(X)$ 、 $p_l^{(i)}(X)$ 和 $u_l^{(j)}(X)$ 、 $p_l^{(j)}(X)$ 分别为相邻子域 Ω_i 、 Ω_j 由对应虚拟荷载函数所引起的结合面处的面力和位移。一旦各子域的虚拟函数场求得,即可由文献[5]中式(3.2.11)~(3.2.14)应用于各子域而得到任一点处的应力、应变、位移及面力。

2 快速多极虚边界元法思想

根据上述多域组合问题虚边界元法思想形成的线性代数方程组可表示为

$$A\lambda = B \quad (5)$$

其中: A 为 $2n \times 2n$ 的系数矩阵 B 为 $2n \times 1$ 的已知列向量 λ 为未知待求的虚拟函数结点值列向量 n 为虚边界上的总结点数。对式(5)采用快速多极展开与数值逼近的思想进行迭代求解。方法的要点为:在每次迭代中,使用树结构来计算,储存系数矩阵和未知向量的乘积,在计算过程中系数矩阵不需要显式储存。本方法的储存量和计算耗时量为 $O(N)$ 量级。快速多极算法(FMM)的主要过程为:核函数的多极展开、核函数的局部展开、多极展开系数和局部展开系数的传递等。

2.1 弹性力学二维问题基本解的复变函数表达

为便于快速多极展开算法的实施,将弹性力学二维问题的基本解以复变函数形式表达,如按文献^[10,11]的基本思想可推得基本解的复变函数表达式。此处需说明的是,快速多极边界元法的理论基础是依据边界元直接法的思想,如文献^[9,10];而本文方法的理论基础则是虚边界元法的思想。由于两者所建立的积分方程的思路不同,与其对应的多极展开的运用及实施也存在着截然不同的不同;也就是说,相应的复变函数的表达格式和多极展开中的相关定义也存在着不同。尤其强调的是,本文在源点 Y 进行多极展开,在场点进行局部展开。

如图1所示,设 S' 为虚边界 S 的子段,则式(1)在复平面内的当前子段 S' 上可表示为:

$$U(z_0) = \frac{1}{4\pi\mu(1+\kappa)} \int_{S'} \left[-\kappa \ln(z-z_0) \varphi(z) + \frac{z-z_0}{z-\bar{z}_0} \overline{\varphi(z)} - \kappa \ln(\bar{z}-\bar{z}_0) \varphi(z) \right] dS(z) \quad (6)$$

其中: $\kappa = 3-4\nu$ 。引入格林函数,即 $G(z, z_0) = -\ln(z-z_0)$, $G'(z, z_0) = \frac{\partial G}{\partial z} = -\frac{1}{(z-z_0)}$

则式(6)可改写为

$$U(z_0) = \frac{1}{4\pi\mu(1+\kappa)} \int_{S'} [\kappa G(z, z_0) \varphi(z) - (z-z_0) \overline{G'(z, z_0) \varphi(z)} + \kappa \overline{G(z, z_0) \varphi(z)}] dS(z) \quad (7)$$

同理, 式(2)在复平面内的表示可改写为

$$P(z_0) = -\frac{1}{2\pi(1+\kappa)} \int_{S'} \{ G(z, z_0) n(z_0) \varphi(z) - (z-z_0) \overline{n(z_0) G''(z, z_0) \varphi(z)} + \overline{G'(z, z_0) [n(z_0) \varphi(z) + \kappa \overline{n(z_0) \varphi(z)}]} \} dS(z) \quad (8)$$

为了对式(7)、(8)导出快速多极展开格式, 现引入两个辅助函数, 即

$$I_k(z) = \frac{z^k}{k!} \quad K \geq 0 \quad (9)$$

$$O_0(z) = -\ln(z) \text{ 和 } O_k(z) = \frac{(k-1)!}{z^k} \quad k \geq 1 \quad (10)$$

对式(9)、(10)分别求导, 有

$$I'_0(z) = 0 \text{ 和 } I'_k(z) = I_{k-1}(z) \quad K \geq 1 \quad (11)$$

$$O'_k(z) = -O_{k+1}(z) \quad k \geq 0 \quad (12)$$

另由二项式定理知

$$I_k(z_1 + z_2) = \sum_{m=0}^k I_{k-m}(z_1) I_m(z_2) \quad k \geq 0 \quad (13)$$

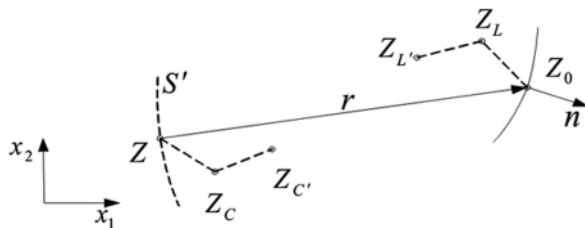


图1 复数表达及其快速多极展开

2.2 多极展开(MOMENTS)

如图1所示, z_c 是靠近源点子域的点, 其满足条件 $|z - z_c| = |z_0 - z_c|$. 于是, 有

$$G(z, z_0) = -\ln(z - z_0) = -\ln(z_c - z_0) - \ln\left(1 - \frac{z_c - z}{z_c - z_0}\right)$$

再根据泰勒级数展开式

$$\ln(1 - z) = -\sum_{k=1}^{\infty} \frac{z^k}{k} \quad |z| < 1$$

及引入上述式(9)、(10), 有

$$G(z, z_0) = -\ln(z_c - z_0) - \ln\left(1 - \frac{z_c - z}{z_c - z_0}\right) = \sum_{k=0}^{\infty} O_k(z_c - z_0) I_k(z_c - z) \quad (14)$$

由上式可知, 通过引入了中间点 z_c , 函数 $G(z, z_0)$ 中的两个变量 z 和 z_0 达到了变量分离的目的, 于是, 积分式(7)中的第1部分可表为

$$\int_{S'} G(z, z_0) \varphi(z) dS(z) = \int_{S'} \left[\sum_{k=0}^{\infty} O_k(z_c - z_0) I_k(z_c - z) \right] \varphi(z) dS(z)$$

由于上式是对变量 z 的积分, 故可改写为

$$\int_{S'} G(z, z_0) \varphi(z) dS = \sum_{k=0}^{\infty} O_k(z_c - z_0) M_k(z_c) \quad (15)$$

其中: $M_k(z_c)$ 称为关于点 z_c 的多极展开系数, 即

$$M_k(z_c) = \int_{S'} I_k(z_c - z) \varphi(z) dS(z) \quad k \geq 0 \quad (16)$$

由上式可知, $M_k(z_c)$ 的计算与点 z_0 的变化无关, 只需计算一次即可多次利用. 同理可得

$$\int_{S'} \overline{G'(z, z_0) \varphi(z)} dS(z) = -\sum_{k=0}^{\infty} \overline{O_{k+1}(z_c - z_0) M_k(z_c)} \quad (17)$$

$$\int_{S^+} [-z \overline{G'(z, z_0)} \varphi(z) + \kappa \overline{G(z, z_0)} \varphi(z)] dS(z) = \sum_{k=0}^{\infty} \overline{O_k(z_c - z_0)} N_k(z_c) \quad (18)$$

其中: $N_k(z_c)$ 为关于点 z_c 的另一个多极展开系数,即

$$N_0(z_c) = \kappa \int_{S^+} \varphi(z) dS(z) \quad k=0 \quad (19)$$

$$N_k(z_c) = \int_{S^+} [\kappa \overline{I_k(z_c - z)} \varphi(z) + z \overline{I_{k-1}(z_c - z)} \varphi(z)] dS(z) \quad k \geq 1 \quad (20)$$

将式(15)、(17)和(18)代入式(7),可得到式(7)多极展开的表达形式

$$U(z_0) = \frac{1}{4\pi\mu(1+\kappa)} [\kappa \sum_{k=0}^{\infty} \overline{O_k(z_c - z_0)} M_k(z_c) - z_0 \sum_{k=0}^{\infty} \overline{O_{k+1}(z_c - z_0)} M_k(z_c) + \sum_{k=0}^{\infty} \overline{O_k(z_c - z_0)} N_k(z_c)] \quad (21)$$

2.3 多极展开的平移(M2M)

如图1所示,当展开点 z_c 移动到新的一点 $z_{c'}$ (与 z_c 之间距离较近)时,可以得到新的多极展开系数,即

$$M_k(z_{c'}) = \int_{S^+} I_k(z_{c'} - z) \varphi(z) dS(z) = \int_{S^+} I_k[(z_c - z) + (z_{c'} - z_c)] \varphi(z) dS(z)$$

利用式(13),可得

$$M_k(z_{c'}) = \sum_{l=0}^k I_{k-l}(z_{c'} - z_c) M_l(z_c) \quad k \geq 0 \quad (22)$$

同理可得

$$N_k(z_{c'}) = \sum_{l=0}^k \overline{I_{k-l}(z_{c'} - z_c)} N_l(z_c) \quad k \geq 0 \quad (23)$$

由式(22)、(23)可知,新的多极展开系数并不需要重新计算,其可由此前的多极展开系数的平移而获得。

2.4 局部展开和多极展开向局部展开的传递(M2L)

如图1,设点 z_L 为靠近场点子域的点,且满足 $|z_0 - Z_L| = |z_c - z_L|$ 的条件。类似于多极展开的推导思路,对式(21)进行局部展开,其表达格式为

$$\begin{aligned} U(z_0) &= \sum_{l=0}^{\infty} U^{(l)}(z_L) I_l(z_0 - z_L) \\ &= \frac{1}{4\pi\mu(1+\kappa)} [\kappa \sum_{l=0}^{\infty} L_l(z_L) I_l(z_0 - z_L) - z_0 \sum_{l=1}^{\infty} \overline{L_l(z_L)} I_{l-1}(z_0 - z_L) + \sum_{l=0}^{\infty} K_l(z_L) \overline{I_l(z_0 - z_L)}] \end{aligned} \quad (24)$$

其中: $L_l(z_L)$ 、 $K_l(z_L)$ 为局部展开系数,即

$$L_l(z_L) = \sum_{k=0}^{\infty} \overline{O_{k+l}(z_c - z_L)} M_k(z_c) \quad l \geq 0 \quad (25)$$

$$K_l(z_L) = \sum_{k=0}^{\infty} \overline{O_{k+l}(z_c - z_L)} N_k(z_c) \quad l \geq 0 \quad (26)$$

值得强调的是,式(25)、(26)同时给出了多极展开系数与局部展开系数之间的关系(M2L),据此可实现多极展开向局部展开的传递。

2.5 局部展开的平移(L2L)

如图1所示,当局部展开点 z_L 移动到新的一点 $z_{L'}$ 时,为获得点 $z_{L'}$ 处的局部展开系数,可采用与多极展开中关于平移的相同推导方式及运用关系式 $\sum_{l=0}^n \sum_{m=0}^l = \sum_{m=0}^n \sum_{l=m}^n$ 可得

$$L_l(z_{L'}) = \sum_{m=l}^n I_{m-l}(z_{L'} - z_L) L_m(z_L) \quad (27)$$

$$K_l(z_{L'}) = \sum_{m=l}^n \overline{I_{m-l}(z_{L'} - z_L)} K_m(z_L) \quad (28)$$

上面两式中的表示式(24)的局部展开阶次,与多极展开中的平移性质相同,新的局部展开系数的获得并不需要重新计算,可由此前的局部展开系数获得。

2.6 面力基本解的展开

采用式(7)多极展开计算模式的推导思路,较易于获得面力计算式(8)多极展开的计算格式,即

$$P(z_0) = \frac{1}{2\pi(1+\kappa)} [n(z_0) \sum_{k=0}^{\infty} \overline{O_{k+1}(z_c - z_0)} M_k(z_c) - z_0 \overline{n(z_0)} \sum_{k=0}^{\infty} \overline{O_{k+2}(z_c - z_0)} M_k(z_c)]$$

$$+ n(z_0) \sum_{k=0}^{\infty} \overline{O_{k+1}(z_c - z_0)} \overline{M_k(z_c)} + n(z_0) \sum_{k=0}^{\infty} \overline{O_{k+1}(z_c - z_0)} \overline{N_k(z_c)} \quad (29)$$

其中: $M_k(z_c)$ 和 $N_k(z_c)$ 的数学表示分别与式(16)和式(19)、(20)相同. 在面力多极展开中, 相应于 M2M、M2L 和 L2L 过程所需计算的各系数都与位移的一一相同. 值得指出: 与文献[9、10]不同的是, 本文方法仅需计算系数 $M_k(z_c)$ 、 $N_k(z_c)$ 的值, 其他系数均可以由这两个系数平移和传递得到; 由此使得本文方法的数学模式更加简洁, 数值实现更容易. 这也正是本文思想的优势之一.

2.7 算法的实施

对于一个给定的问题, 其边界可以采用不同的手段离散, 并形成相应的离散化方程, 而本文采用的是等额配点法. 依据上述快速多极展开的思想, 对问题的整个求解区域(亦各子域)均可依据递归树状结构进行计算; 也就是说, 对每个子域采用四相树划分区域以生成自适应树结构^[10]. 当每个子域的树结构生成后, 就可分别依据上述相应公式并按下面步骤进行多极展开运算.

1) 上行遍历(Upward pass)

树结构生成后, 可对其进行一次上行遍历以计算出所有结点的多极展开系数. 所谓上行遍历是指从叶子开始, 将源点的信息传递到叶子结点, 形成最初的多极展开系数, 然后根据多极展开系数的传递公式一层层向上递归操作, 直到求出第二层结点的多极展开系数.

2) 下行遍历(Downward pass)

当所有的叶子结点和树结点的多极展开系数计算完毕后, 就可以依据它们进行下行遍历, 以计算某一结点的局部展开系数. 所谓下行遍历是指从树结构的第 2 层结点开始, 一层层的向下递归计算, 直到叶子结点.

3) 边界积分计算

树结构的多极展开和局部展开系数计算完毕之后, 就可利用树结构来计算整个虚边界上的虚拟荷载对实边界上相应物理量的影响. 对位于某一叶子结点之内的实边界上一点, 首先采用传统虚边界元法计算 C 内的虚边界点和 C 的相邻结点中的虚边界点对 Z_0 的作用; 而与当前叶子结点 C 不相邻的其余结点所包含的虚边界点对 Z_0 的作用, 则可利用 C 所获得的局部展开系数及局部展开式(24)来计算得到.

依次完成上述三个步骤的运算. 在迭代过程中, 若残差在控制范围之内, 则假设的虚拟荷载 λ_0 即为所求的解. 若残差不满足收敛要求, 则继续更新迭代向量, 并利用迭代前所生成的树结构, 重复(1)到(3)的计算, 直至残差满足收敛要求即获得所求虚边界上的虚拟荷载. 本文迭代求解的算法为 GMRES 算法.

3 数值算例

3.1 承受均匀内压的复合圆盘

图 2 为 2 种材料组成的承受均匀内压的复合圆盘, $\nu_1 = 0.1$, $\nu_2 = 0.29$, $E_1 = 30\ 000\ \text{MPa}$, $E_2 = 300\ \text{MPa}$, $a = 0.1\ \text{m}$, $b = 0.2\ \text{m}$, $c = 0.4\ \text{m}$, 内压 $p_n = 1.0\ \text{MPa}$. 采用等额配点法对虚、实边界进行离散. 对原虚边界元法所形成的方程组, 分别采用直接迭代法和快速多极虚边界元法求解(多极展开和局部展开的阶次均为 20, 迭代收敛的残差为 1×10^{-5}), 并进行对比分析.

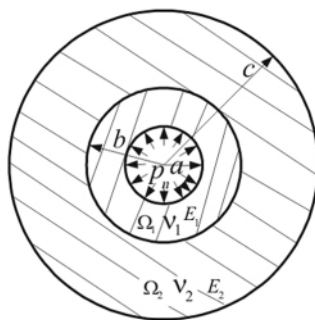


图 2 复合圆盘承受均匀内压

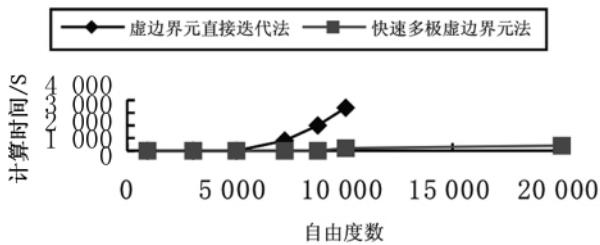


图3 两种方法计算时间的对比

表1是圆筒在不同自由度数时结合面上环向应力 σ_θ 的计算结果。从表1中可看出直接迭代和快速多极展开迭代二种解方程组的算法都具有很高的精度,并随着配点的增加很快逼近解析解。

图3就本问题在不同自由度数下分别采用2种方法计算,所花费的时间对比。从图上可以看出,当自由度增大时,快速多极虚边界元法的计算时间与自由度成平躺线性关系,远远小于虚边界元直接迭代法。

表1 结合面($b=0.2$ m)上环向应力(kPa)

自由度数	$\Omega_1(E_1)$ 域		$\Omega_2(E_2)$ 域	
	虚边界元直接迭代	快速多极虚边界元	虚边界元直接迭代	快速多极虚边界元
240	658.564 6	658.564 7	5.550 7	5.550 8
960	661.033 5	661.033 5	5.633 4	5.633 4
3 000	661.033 3	661.033 4	5.633 4	5.633 4
5 000	661.033 1	661.033 1	5.633 4	5.633 4
10 000	661.033 0	661.033 1	5.633 4	5.633 3
解析解	661.000 0		5.600 0	

3.2 对边均匀受拉的含单个夹杂方板

图4为对边承受均匀拉力的含一个圆形夹杂体正方形板。板边长为 a ,夹杂半径 $r=0.1a$,基体和夹杂的材料参数如图上所示; $\nu=0.3$ 。采用等额配点法离散边界,每条直线边界取50个配点,每条圆弧边界取180个配点,配点总数为560个。图5为按本文方法计算得到的应力集中系数与弹性模量比值 $k=E_2/E_1$ 的对应关系;同时给出无穷大方板时的精确解^[12]。从图5可以看出,本文计算结果与精确解的贴近程度是很好的;随着比值 k 的增大,应力集中系数呈现减小的趋势;当夹杂弹性模量 E_2 为零时,应力集中系数为3.3594,这与含有中心圆孔方板一致;当比值 k 趋于无穷大时,应力集中系数趋于零。

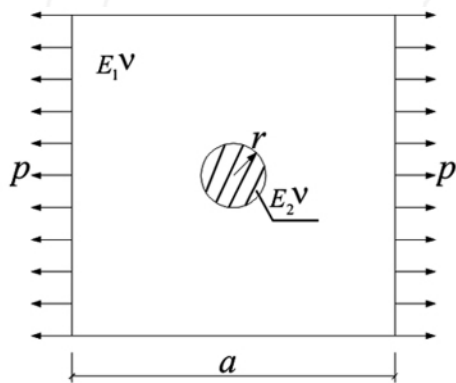


图4 含单个夹杂方板

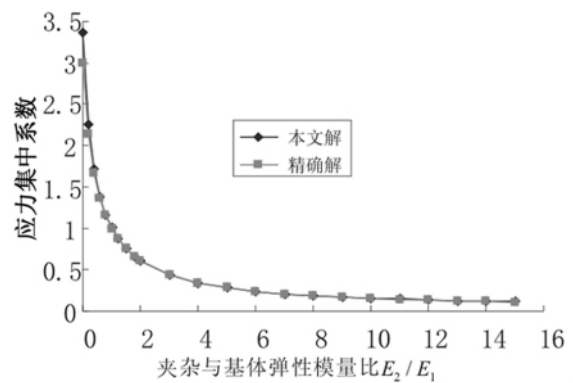


图5 应力集中系数变化图

4 结论

(1) 给出了多域组合问题的快速多极虚边界元法思想,依据该思想可蜕化到单域问题的求解。由于该方法的储存量和计算耗时量均降到了 $O(N)$ 量级,使得在普通个人计算机上对百万以上计算自由度的大规模复杂问题进行数值模拟成为可能。文中的数值算例充分论证了该方法的可行性、计算效率和精度。

(2) 该方法的基本思想具有一般性,可求解或模拟含多种不同弹性性质的大规模夹杂问题,稍作变更即可对含椭圆夹杂和裂纹扩展等问题进行模拟分析;同时,易推广于位势问题、波动问题等其他数学物理问题的求解,不同的是只需按各自的基本解分别进行多极展开和局部展开,以形成适合快速多极算法的相应格式。

参考文献:

- [1] 方岱宁,周储伟.有限元计算细观力学对复合材料力学行为的数值分析[J].力学进展,1998,28(2):173-188.
- [2] 雷晓燕.不同材料界面接触应力分析[J].应用力学学报,1995,12(3):116-119.
- [3] 楼志文,等. Elastic-plastic boundary element analysis of two-dimensional bimaterial [A]. 第四届中日边界元会议录[C]. 北京:1991:1-5.
- [4] 许强,孙焕纯.厚壳三维分析的虚边界元最小二乘法[J].大连理工大学学报,1996,36(4):413-418.
- [5] 孙焕纯,许强,等.无奇异边界元法[M].大连:大连理工大学出版社,1999.
- [6] 许强,鲁鑫,王海亮,等.多域组合问题虚边界元法的求解[J].哈尔滨工程大学学报,2006,27(3):339-344.
- [7] Greengard L, Rokhlin V. A fast algorithm for particle simulations[J]. Comput Phys., 1985, 60: 187-207.
- [8] Cheng H, Greengard L. A fast adaptive multipole algorithm in three dimensions[J]. Comput Phys., 1999, 155: 468-498.
- [9] Nishimura N, Yoshida K, Kobayashi S. A fast multipole boundary integral equation method for crack problems in 3D[J]. Engineering Analysis with Boundary Elements, 1999, 23: 97-105.
- [10] Liu YJ. A new fast multipole boundary element method for solving large-scale two-dimensional elastostatic problems[J]. Int J Numer Meth Engng, 2006, 65: 863-881.
- [11] Timoshenko SP, Goodier JN. Theory of Elasticity [M]. (3rd ed). New York: McGraw-Hill, 1987.
- [12] 马方.异种材料填充开圆孔矩形薄板应力集中的弹性分析[J].华东交通大学学报,2007,24(5):39-43.

Fast Multipole Multi-domain VBEM for Solving the Composite Structures of Different Materials

JIANG Yan-tao, XU Qiang, ZHANG Zhi-jia

(Department of Building Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China)

Abstract: The main theory of generalized minimal residual algorithm (GMRES) and fast multipole method (FMM) are applied into the numerical solution of equations about virtual boundary element method (VBEM) to form the idea about the fast multipole expansion of multi-domain VBEM, which is applied to solve the composite structures of different materials. With the method, the complexities of operation and memory about solution of the equations would be made to be of linear proportion to the freedoms of the problem. Numerical examples are presented to demonstrate the feasibility, accuracy and efficiency of the method.

Key words: fast multipole method (FMM); generalized minimal residual algorithm (GMRES); virtual boundary element method (VBEM); composite structures / elasticity

(责任编辑: 刘棉玲)