

GM(1,1) 预测模型在路基沉降中的应用

周俊磊, 杨成忠, 王景环, 徐典

(华东交通大学 土木建筑学院, 江西 南昌 330013)

摘要: 为了控制老路拓宽中的差异沉降, 需要对新路基进行沉降预测. 取沉降观测点在相同观测时段内的沉降量为原始序列, 将其作 1 次累加生成 1 次累加序列, 根据 GM(1,1) 模型建立灰色微分方程, 解微分方程可得方程的时间响应序列, 并采用后验差法对模型的可靠性进行了检验. 通过对贺家坪连接线新路基的实测沉降数据的分析, 证明将灰色预测模型 GM(1,1) 应用于预测路基的沉降量是可行的. 在实际运用过程中, 应不断代入新近的实测数据, 以获得更准确的结果.

关键词: 差异沉降; 沉降预测; GM(1,1) 模型

中图分类号: TU433

文献标识码: A

随着我国国民经济的快速发展, 许多现有道路无法满足交通运输量的需求, 而对原有公路进行拓宽是一个有效的途径. 公路拓宽中的路基差异沉降, 特别是采用高填路堤拓宽的路基不均匀沉降, 会严重影响道路的行驶质量及使用寿命. 目前, 计算沉降的方法很多, 并且大部分需要对土样作精确的试验^[1], 但是由于地质的复杂性、局部性, 部分地段提供的地质情况与数据并不完全符合实际, 所以, 通过对观测数据进行处理来预测沉降不失为一种简便、快捷的方法. 而灰色预测模型就是以已知单位时段内的实测沉降量为样本, 通过对实测数据的处理来获得沉降的变形规律, 从而预测它在未来时间内的变化量^[2].

1 预测模型

灰色模型通常为 GM(n, h) 形式, 表示对 h 个变量建立 n 阶微分方程. 预测模型一般为 GM($n, 1$) 形式, 在沉降预测中实际应用最多的是 GM(1,1) 模型, 即: 以相同观测时间段内的沉降量为基础, 建立一阶微分方程, 通过对方程的求解得到拟合沉降预测方程, 从而可以预测未来时间段内的沉降量以及最终沉降量.

1.1 建立预测模型^[2,3]

取沉降观测点在相同观测时段内的沉降量为原始序列

$$S^{(0)} = \{ S^{(0)}(1), S^{(0)}(2), \dots, S^{(0)}(t) \} (t=1, 2, \dots, n) \quad (1)$$

对式(1)作一次累加生成(AGO), 各时刻沉降量的时间序列表示为

$$S^{(1)} = \{ S^{(0)}(1), S^{(0)}(2), \dots, S^{(0)}(t) \} \quad (2)$$

建立微分方程为

$$\frac{dS^{(1)}(t)}{dt} + aS^{(1)}(t) = b \quad (3)$$

其解为

$$S^{(1)}(t+1) = [S^{(0)}(1) - \frac{b}{a}] e^{-at} + \frac{b}{a} \quad (4)$$

其中

$$\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = (B^{(T)} B)^{-1} B^T Y \quad (5)$$

收稿日期: 2008-03-31

作者简介: 周俊磊(1982-), 男, 山东聊城人, 华东交通大学在读硕士研究生, 研究方向为路基路面.

$$B = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} [S^{(1)}(1) + S^{(1)}(2)] & 1 \\ -\frac{1}{2} [S^{(1)}(2) + S^{(1)}(3)] & 1 \\ \dots & 1 \\ -\frac{1}{2} [S^{(1)}(n-1) + S^{(1)}(n)] & 1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$Y = [S^{(1)}(2), S^{(1)}(3) \dots S^{(1)}(n)]^T \quad (7)$$

由式(5)求得预测生成沉降数列 $\hat{S}^{(1)}(t)$ 进行累减运算后,即得到预测沉降数列 $\hat{S}^{(0)}(t)$

$$\hat{S}^{(0)}(t+1) = \hat{S}^{(1)}(t+1) - \hat{S}^{(1)}(t) = (1 - e^a) [S^{(1)}(1) - \frac{b}{a} e^{-at}] \quad (8)$$

由(4)式及(8)式可知: 当 $t \rightarrow \infty$ 时, $\hat{S}^{(1)}(t+1)$ 最终的预测沉降量为 b/a .

1.2 模型的精度检验

沉降预测模型建立后,为了对其质量进行评价,必须对它的精度进行检验,通常采用残差检验法和后验差检验法可以判断模型的精度^[4,5],本文只采用后验差检验法进行检验.

在 t 时刻原始数列的实际值 $S_1^{(0)}(t)$ 和预测值 $\hat{S}_1^{(0)}(t)$ 之差,称为在 t 时刻的残差 $E(t)$; $\bar{S}$ 和 R_1^2 分别为原始序列的均值和方差; $\bar{E}$ 和 R_2^2 分别为残差序列的均值和方差. 则精度检验指标分别为

$$C = R_2/R_1; P = P\{|E(t) - \bar{E}| < 0.6745R_1\}$$

指标 C 小,说明残差方差小,原始数据方差大,此时残差比较集中,摆动幅度小; P 越大,说明残差与残差平均值的绝对值小于给定值的点较多,所以 C 越小, P 越大,其预测精度就越高,具体预测精度等级见表1.

表1 预测精度等级参照表

参数	精度等级			
	好	合格	勉强	不合格
P	>0.95	$0.80 - 0.95$	$0.70 - 0.80$	≤ 0.70
C	<0.35	$0.35 - 0.50$	$0.50 - 0.65$	≥ 0.65

2 工程实例

2.1 工程概况

沪蓉西高速公路是沪蓉国道主干线的重要组成部分,路线经过地区地质条件复杂,多为山岭重丘,高填路堤应用较为普遍. 贺家坪连接线工程是沪蓉西高速的连接线之一,其中 $K2+690 - K2+900$ 段是在充分利用原有旧路的基础上采用高填路堤拓宽,填筑高度为 $20 - 40$ m 左右. 由于新路基为沉降大、承载力低的淤泥质土,故对其进行沉降预测是十分必要的.

2.2 预测结果分析

选取断面 $K2+760$ 和 $K2+840$ (拓宽路堤示意图如图1所示),两断面处的设计填筑高度分别为 24.647 m 和 27.777 m,选取两断面中的 I[#] 沉降板的实测沉降数据为样本.

对于 $K2+760$ 断面,取 $20 - 110$ 天的实测沉降数据(表2),按 GM(1,1) 模型计算:

$$S^{(0)} = \{5, 4, 3, 3, 2, 2, 2, 1, 1\}, S^{(1)} = \{5, 9, 12, 15, 17, 19, 21, 22, 23\}, Y = \{4, 3, 3, 2, 2, 2, 1\}^T$$

$$\text{解得 } a = 0.1826, b = 5.1887, \hat{S}^{(0)}(t+1) = 4.691e^{-0.1826t};$$

$$\text{则得 } \hat{S}^{(0)}(t+1) = \{4.69, 3.91, 3.26, 2.71, 2.26, 1.88, 1.57, 1.31, 1.09\}$$

$$\text{残差为 } E = \{0.31, 0.09, -0.26, 0.29, -0.26, 0.12, 0.43, -0.31, -0.09\}$$

可求出原始数列和残差的均差为: $R_1 = 1.26, R_2 = 0.2678$, 其精度检验指标为 $C = 0.21, P = 100\%$, 从表1可知精度等级优良. 预测其后30天内的沉降量分别为 0.91 mm, 0.76 mm, 0.63 mm, 而实测沉降量分别为 1 mm, 1 mm, 0 mm. 该观测点沉降实测曲线和模型拟合曲线对比如图2, 预测该断面最终沉降量为 67.41 mm.

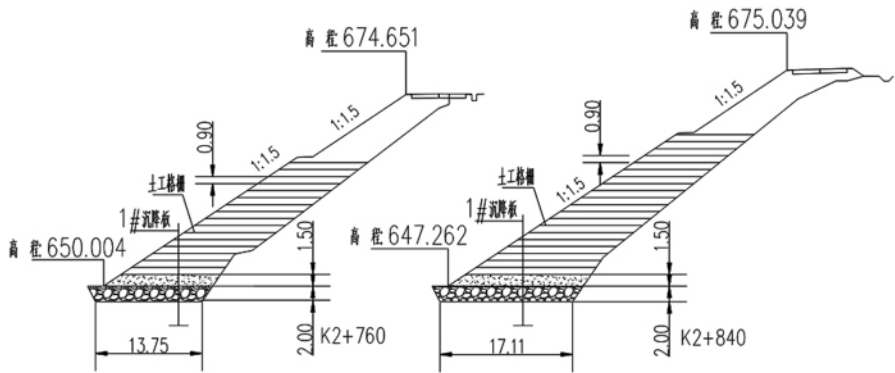


图1 K2+760,K2+840 横断面设计图

表2 K2+760 在 20~110 天的实测沉降量

时间段/天	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80	80-90	90-100	100-110
沉降量/mm	5	4	3	3	2	2	2	1	1

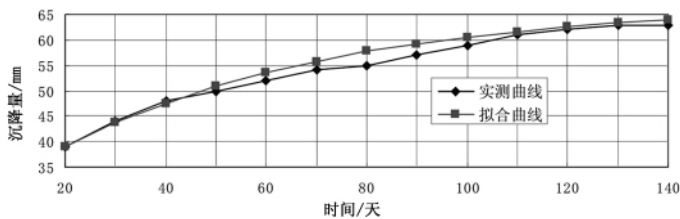


图2 K2+760 在 20~140 天的实测曲线与拟合曲线对比图

K2+840 断面沉降与时间关系如表 3,按 GM(1,1) 模型取 40~120 天的沉降值计算

$$a=0.244\ 0,b=13.168;\hat{S}^{(0)}(t+1)=12.158e^{-0.2440t}$$

其精度检验指标为 $C=0.39,P=100\%$,精度等级合格,该观测点的沉降实测曲线与模型拟合曲线如图

3. 从图中可看出沉降实测曲线与模型拟合曲线并不吻合,差距较大.

按 GM(1,1) 模型取 60~140 天的沉降值计算

$$a=0.320\ 2,b=8.651\ 7,\hat{S}^{(0)}(t+1)=7.555e^{-0.320\ 20t}$$

精度检验指标 $C=0.39,P=87.5\%$,参照表 1 可知精度等级合格. 其实测曲线与模型拟合曲线如图 4 (由于实测曲线与模型拟合曲线非常吻合,为了使图形清晰,作图时将实测曲线上移了 3 mm),预测该断面最终沉降量为 112.02 mm.

表3 K2+840 在 20~140 天的实测沉降量

时间段/天	40-50	50-60	60-70	70-80	80-90	90-100	100-110	110-120	120-130	130-140
沉降量/mm	10	9	7	6	4	2	3	2	1	1

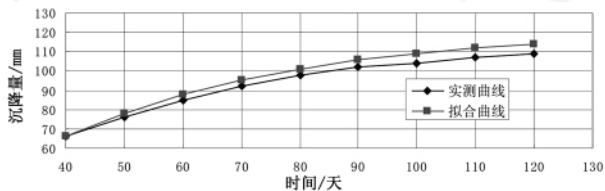


图3 K2+840 在 40~120 天的实测曲线与拟合曲线对比图

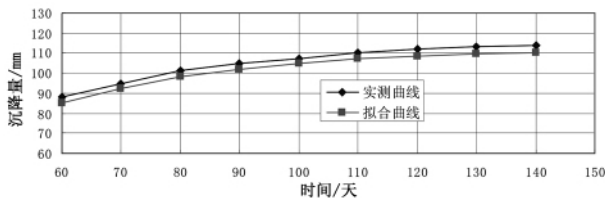


图4 K2+840 在 60~140 天的实测曲线与拟合曲线对比图

从图 2 和图 4 可以看出,其模型拟合曲线和实测沉降曲线能较好的吻合,模型精度较高,说明采用灰色预估模型 GM(1,1) 分析这两断面的实测沉降是可行和比较准确的.

3 结论

(1) 由实测沉降值按 GM(1,1) 模型拟合的结果与实测曲线能够较好的吻合,可见运用 GM(1,1) 模型预测高填路堤中地基的沉降是可行的.

(2) 由 K2 + 840 断面处 60 - 140 天实测沉降数据所拟合的结果较 40 - 120 天的实测数据所拟合的结果更为准确,所预测的沉降值更接近实际值,故在实际预测过程中,应不断代入新测的沉降值进行计算.

(3) 等步长 GM(1,1) 预测模型简单实用,预测结果比较符合高填路堤拓宽的地基沉降变形趋势,可进一步研究、推广和供同类实际工程参考应用.

参考文献:

- [1] 徐泽中,何良德,濮伯泉,等. 沪宁高速公路软基沉降动态控制方法研究 [J]. 水利水电科技进展,1998,18(2):31-34.
- [2] 邓聚龙. 灰色预测与决策 [M]. 武汉: 华中理工大学出版社,1986.
- [3] 景宏君,等. 高路堤沉降变形预测模型研究 [J]. 岩土力学,2007,28(8):1762-1766.
- [4] 袁嘉祖. 灰色系统理论及其应用 [M]. 北京: 科学出版社,1991.
- [5] 邓英尔,谢和平. 全过程沉降预测的新模型与方法 [J]. 岩土力学,2005,26(1):1-4.

Application of GM(1,1) Prediction Model in Subgrade Settlement

ZHOU Jun-lei, YANG Cheng-zhong, WANG Jing-huan, XU Dian

(School of Civil Engineering and Architecture, East China Jiaotong University, Nanchang 330013, China)

Abstract: In order to control the differential settlement when widening the existing roads, prediction of new base settlement is necessary. The paper selects the equal-interval insitu settlement value as the initial sequence, then adds the data from the first datum to the next to form the 1-AGO sequence, thus the differential equation is established. To solve this equation, the paper gets the settlement value along with the variation of the time, and checks its precision. By analyzing the subgrade settlement data of Hejiaping Joint Line, the research proves that the settlement value predicted with GM(1,1) model is feasible. In order to gain more accurate results, the new updated data should be added to the model.

Key words: differential settlement; settlement prediction; GM(1,1) model

(责任编辑: 刘棉玲)