文章编号: 1005-0523(2008)04-0011-04

改进的灰色 GM(1, 1) 模型在滑坡预测中的应用

王祥, 郑明新, 张定邦

(华东交通大学 土木建筑学院, 江西南昌 330013)

摘要: 滑坡形成机制复杂其变形受多种因素影响, 具有相当的模糊性和灰色不确定性, 因而利用灰色预测模型对滑坡进行预测将是一条有效的途径. 在介绍了灰色预测的基本原理及其精度检验方法后, 针对传统灰色 GM(1, 1) 模型中背景值的取法, 提出了一种自动寻优定权的改进措施. 通过实例对比分析, 表明其预测精度将得到有效提高.

关键词: 滑坡; 灰色预测; GM(1, 1) 模型; 背景值

中图分类号: P642.22

文献标识码: A

滑坡是一种常见而严重的地质灾害, 常常给人民的生命财产和国家经济建设造成巨大的损失, 对滑坡进行时间预测具有十分重要的作用. 但由于工程地质因素的复杂性和岩体结构特征的特殊性, 目前还难以通过对其力学机制建立完全的力学模型来进行准确的位移预测. 而滑坡地质灾害是一个十分复杂的过程, 其滑动位移是特定的地质背景和多种因素共同作用的结果, 具有相当的模糊性和灰色不确定性. 利用灰色预测模型对滑坡位移的发展过程进行模拟和预测将是一条有效的途径.

运用传统的灰色 GM(1, 1) 模型进行预测, 有时精度较高, 有时会出现较大偏差. 为提高预测精度, 对传统模型进行改进并通过对具体实例的模型比较, 说明改进的灰色 GM(1, 1) 模型在滑坡预测具有更高的精度.

1 GM(1, 1) 模型

1.1 基本原理^[1,2]

设滑坡等间隔位移监测数据序列为 $X^{(0)}$

$$X^{(0)} = \{x^{(0)}(1), x^{(0)}(2), \dots, x^{(0)}(n)\} \quad (1)$$

式中 $x^{(0)}(k) \geq 0$ $k=1, 2, \dots, n$ 为时间序号; n 为监测数据的总个数; $x^{(0)}(k)$ 为第 k 个位移监测数据.

对 $X^{(0)}$ 作一次累加生成 (1-AGO) 变换, 得

$$X^{(1)} = \{x^{(1)}(1), x^{(1)}(2), \dots, x^{(1)}(n)\} \quad (2)$$

其中

$$x^{(1)}(k) = \sum_{i=1}^k x^{(0)}(i) \quad k=1, 2, \dots, n \quad (3)$$

以 $X^{(1)}$ 拟合成一阶白化微分方程

$$\frac{dx^{(1)}}{dt} + ax^{(1)} = b \quad t \in (0, \infty) \quad (4)$$

对 $X^{(1)}$ 再进行一次紧邻均值生成, 获得序列 $Z^{(1)}$

$$Z^{(1)} = \{z^{(1)}(2), z^{(1)}(3), \dots, z^{(1)}(n)\} \quad (5)$$

收稿日期: 2008-04-26

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (E080603)

作者简介: 王祥 (1981-), 男, 四川省眉山市人, 在读硕士研究生, 研究方向为滑坡预测与治理工程.

其中
$$z^{(1)}(k) = \frac{1}{2} [x^{(1)}(k) + x^{(1)}(k-1)] \quad k=2, 3, \dots, n \quad (6)$$

设微分方程系数 a 和 b 组成的向量为

$$\hat{a} = [a \ b]^T \quad (7)$$

按最小二乘法估计 $\hat{a}$ 满足

$$\hat{a} = [a \ b]^T = (B^T B)^{-1} B^T Y$$

其中

$$B = \begin{bmatrix} -z^{(1)}(2) & 1 \\ -z^{(1)}(3) & 1 \\ \vdots & \vdots \\ -z^{(1)}(n) & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} [x^{(1)}(2) + x^{(1)}(3)] & 1 \\ \vdots & \vdots \\ -\frac{1}{2} [x^{(1)}(n-1) + x^{(1)}(n)] & 1 \end{bmatrix}$$

$$Y = [x^{(0)}(2) \ x^{(0)}(3) \ \dots \ x^{(0)}(n)]^T$$

可得 GM(1, 1) 微分方程的解为

$$\hat{x}^{(1)}(k+1) = [x^{(0)}(1) - \frac{b}{a}] e^{-ak} + \frac{b}{a} \quad (8)$$

数据还原后, 即得原始数据序列的预测公式

$$\hat{x}^{(0)}(k+1) = \hat{x}^{(1)}(k+1) - \hat{x}^{(1)}(k) \quad (9)$$

1.2 预测模型精度检验

对于一个具体的时序问题, 所建立的 GM(1, 1) 模型只有通过检验才能用作预测. 如果预测精度达不到要求, 就需要对模型进行改进或采用其他较高精度的预测模型.

灰色预测常用的模型检验指标主要有平均相对误差、关联度、均方差比值和小误差概率等多种^[3]. 这些指标都是通过对预测误差的考察来判断模型的精度, 其中最常用的是平均相对误差.

记 $x^{(0)}(k)$ $k=1, 2, \dots, n$ 为实际观测值, $\hat{x}^{(0)}(k)$ 为 k 时刻的预测值, 则预测误差序列为

$$\varepsilon = \{\varepsilon(1), \varepsilon(2), \dots, \varepsilon(n)\} \quad \text{其中} \quad \varepsilon(k) = x^{(0)}(k) - \hat{x}^{(0)}(k) \quad k=1, 2, \dots, n$$

相对误差序列为

$$\Delta = \{\Delta(1), \Delta(2), \dots, \Delta(n)\} \quad (10)$$

其中

$$\Delta(k) = \frac{|\varepsilon(k)|}{x^{(0)}(k)} = \frac{|x^{(0)}(k) - \hat{x}^{(0)}(k)|}{x^{(0)}(k)} \quad (11)$$

平均相对误差

$$MRE = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \Delta(k) = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \frac{|x^{(0)}(k) - \hat{x}^{(0)}(k)|}{x^{(0)}(k)} \quad (12)$$

2 改进的 GM(1, 1) 模型

在上述 GM(1, 1) 模型中, 灰色微分方程中的 $\frac{dx^{(1)}}{dt}$ 所对应的背景值取为一次累加生成序列的紧邻均值生成

$$z^{(1)}(k) = \frac{1}{2} [x^{(1)}(k) + x^{(1)}(k-1)] \quad (13)$$

其中 $k=2, 3, \dots, n$, 紧邻均值生成是一种等权生成, 可以将上式写成更一般的加权生成形式

$$z^{(1)}(k) = \alpha x^{(1)}(k) + (1-\alpha) x^{(1)}(k-1) \quad (14)$$

其中

$$\alpha \in [0, 1] \quad k=2, 3, \dots, n$$

如何确定权值 α 使 GM(1, 1) 模型比 $\alpha = \frac{1}{2}$ 时具有更高的预测精度. 为此, 可以利用计算机强大的计算功能, 采用自动寻优定权的方法, 即先确定某种模型预测精度检验指标, 给定一接近于零的初始权值 $\alpha \approx 0$, 计算出在该权值下的模型预测精度, 然后令权值有一微小的增量 $\Delta\alpha$, 重复上述过程, 直到 $\alpha \rightarrow 1$. 则可得到不同

权值下模型的预测精度,取预测精度最高时的权值作为背景值取值时的最佳权值^[4].改进后的模型记为GMP(1,1).

3 实例应用

甘肃天水黄龙西村滑坡,发生于1963年9月27日,属黄土高势能滑坡,滑体体积 $3.9 \times 10^5 \text{ m}^3$,滑坡体以黄土为主,下覆岩为花岗闪长岩,滑坡体后缘为渭河北岸近东西向活动大断裂.现以该滑坡的变形监测资料为例,数据来自文献[5],分别运用传统灰色GM(1,1)模型和改进灰色GM(1,1)模型对该滑坡的变形进行计算.

采用平均相对误差MRE作为模型预测精度的检验指标,初始权值取为 $\alpha = 0.01$,权值的增量取为 $\Delta\alpha = 0.01$,循环结束时的权值取为 $\alpha = 0.09$,作出模型预测精度随权值(MPE: α)的变化曲线见图1.

图1 平均相对误差随权值变化曲线

从图1可以看出,当权值 $\alpha = 0.73$ 时,预测模型的平均相对误差最小,为0.1103,而 $\alpha = 0.5$ 时的平均相对误差为0.1414.分别运用GM(1,1)模型和GMP(1,1)模型对该滑坡的下一个位移变形值进行预测为0.4840 m和0.5896 m,而最后实际监测值为0.6000 m,可见该方法对某些时序问题,提高预测精度有较好的效果.模型改进前后预测对比分析数据和该滑坡的位移监测值及预测值随时间的变化曲线,分别见表1和图2所示.

表1 黄龙西村滑坡位移监测资料及灰色模型模拟预测值

时间/d	监测值/m	GM(1,1)预测值	GMP(1,1)预测值
1	0.025 0	0.025 0	0.025 0
2	0.032 0	0.023 7	0.026 0
3	0.055 0	0.050 4	0.056 1
4	0.100 0	0.107 1	0.127 6
5	0.300 0	0.227 7	0.285 0
6	0.600 0	0.484 0	0.589 6
平均相对误差		0.141 4	0.110 3

图2 黄龙西村滑坡变形监测值及灰色模型预测值随时间的变化曲线

4 主要结论

针对传统灰色 GM(1,1) 模型中背景值的取法,提出了一种自动寻优定权的改进措施,通过实例对比分析,表明其预测精度得到有效改善,应用效果良好.为了提高模型预测的精度,合理选取灰色参数将非常重要.

灰色 GM(1,1) 模型可以较准确地预测滑坡在今后一段时期内的位移变形量,为工程建设部门和环境灾害治理部门提供重要的信息,从而及时做出相应的决策.

参考文献:

- [1] 邓聚龙. 灰色预测与决策 [M]. 武汉: 华中理工大学出版社, 2002. 108 - 119.
- [2] 刘思峰, 党耀国, 方志耕. 灰色系统理论及其应用 [M]. 北京: 科学出版社, 2004. 125 - 134.
- [3] 冯利华. 灰色预测模型的问题讨论 [J]. 系统工程理论与实践, 1997, 12(1): 125 - 128.
- [4] 谭冠军. GM(1,1) 模型的背景值构造方法和应用 [J]. 系统工程理论与实践, 2000, 20(4): 98 - 103.
- [5] 李天斌, 陈明东, 王兰生. 滑坡实时跟踪预报 [M]. 成都: 成都科技大学出版社, 1999. 89 - 93.

Application of Improved GM (1,1) Model in Landslide Prediction

WANG Xiang, ZHENG Ming - xin, ZHANG Ding - bang

(School of Civil Engineering and Architecture, East China Jiaotong University, Nanchang 330013, China)

Abstract: The controlling and influential elements of landslide are always changeable, so they tend to be quite fuzzy and gray uncertain. Therefore, it is a very effective method to utilize grey model to predict landslides. After the introduction of the basic principle of gray prediction and methods to assess its accuracy, aiming at the acquisition of background value in traditional GM(1,1) model, the paper proposes an approach of automatic optimizing improvement. Results of comparison and analysis prove that accuracy of the prediction will be improved effectively.

Key words: landslide; grey prediction; GM (1,1) model; background value

(责任编辑: 刘棉玲)