

3-DOF 平面微动并联机器人的动-静态建模

刘平安

(华东交通大学 机电工程学院 江西 南昌 330013)

摘要: 在叠加变形原理基础上,利用柔性关节两端的广义力传递关系和位移传递关系,分别对微动并联机器人进行运动学建模和静力学建模,两者相结合构成系统的动-静态模型。对于大多数工作在低速、低频和工作空间较小的微动机器人都是适应的。以3-DOF平面并联微动机器人为例,介绍了整个建模过程和求解方法。相比应用伪刚体法进行的解析建模,模型精度有了大幅度的提高。

关键词: 变形叠加法; 柔性关节; 动-静态建模

中图分类号: TP242

文献标识码: A

微动机器人正广泛地应用于生物技术、材料科学和微机电(MEMS)等方面。一般采用并联机构并通过受力作用下柔性关节的弹性变形传递运动和动力。然而,采用柔性关节和并联结构的微动平台也存在某些不足。如,难于建模,相对于传统机构难于控制其实现精密运动等等。Scire和Teague^[1]在1978年开发微动平台时,其设计放大倍数为30.3,但实验观察到的结果表明其放大倍数实际只有17倍。这一实例说明在微动柔顺机构建模方面还存在许多难题。1989年B. A. Salamon^[2]提出的伪刚体方法(the Pseudo Rigid Body Model, PRBM),由于模型简单,使用方便,至今得到广泛应用。但是,由于将关节简单地用一个理想的线性弹簧看待,实际上只考虑关节沿功能方向的运动,而没有考虑关节非功能方向运动,故模型精度较低^[3]。为了提高其建模精度,人们进行了很多扩展研究。本文正是出于提高微动并联机器人运动学建模精度的目的,采用变形叠加法,综合利用运动学方程和静力平衡方程,建立微动并联机器人的动-静态方程,联合求解,求出输出平台位姿。

柔性关节的微动机器人,由于其运动是由关节的弹性变形来传递,每个关节都有一定的关节力,所以它的运动始终是与力、变形相关联的;其次,由于位移范围很小,仅仅在微米甚至纳米级,所以其运动的动态响应往往被忽略不计,即输入输出位移、速度和加速度关系均通过常数矩阵映射,即Jacobian矩阵为常数阵。静力传递也是线性关系,属于静力平衡问题,将其称为动-静态模型。下面以如图1(a)所示板厚 $b=10\text{ mm}$ 的 $105\times105\text{ mm}^2$ 碳素钢板用线切割方法切出的3-DOF微动平面并联机构为例,其机构运动简图为图1(b)所示,介绍其模型建立和求解过程。

收稿日期: 2008-10-10

基金项目: 江西省教育厅2008年科研资助项目(GJJ08252)

作者简介: 刘平安(1962-),江西萍乡人,博士,教授,硕士生导师,研究方向为机器人机械学、机构学、机械设计。

3 个分支共有 36 个方程, 再加平台力三个力平衡方程(2~4), 共 39 个。然而对于每一个分支的每一个关节有三个未知力(矩), 6 个关节共有 18 个未知力(矩), 整个系统有 54 个未知反力(矩), 外加平台三个位姿参数, 共 57 个未知数。为了求解系统的运动和力, 除了上面的力学方程外, 还必须同时考虑运动学, 即整个系统还有 18 个位置方程。下面介绍位置方程的推导。

2 运动学方程的推导

如图3为系统中的一个分支,根据柔性关节与刚体位移变形关系,可推导系统位置方程.

(1) 每个分支中先按两个固定关节 B 和 F 变形条件, 求出固定关节中活动端位移和转角 $(\delta_{Bx} \delta_{By} \theta_B)$ $(\delta_{Fx} \delta_{Fy} \theta_F)$, 即得到两个具有固定关节的刚体的位姿.

(2) 先求得 B_0 和 F_0 两固定关节关于基坐标系 O 的变换矩阵, 再分别由 $O-B_0-B_1-C_0-C_1-E_0-E_1$ 和 $O-F_0-F_1-E_1$ 得到 E_1 关节相对基系 O 的变换矩阵(此处下标 0 或 1 表示关节中的某一点, 如图 2 所示, 下同), 两者相等, 得矩阵变换方程.

(3) 根据刚体平台变形约束条件, $x_{S_{i1}}$ ($i=1, 2, 3$ 代表分支) 坐标系可以分别从 $O-F_0-F_1-D_0-D_1-S_0-S_1$ 和 $O-o-S_1$ 获得, 于是每个 S_{i1} 坐标系得一个矩阵变换方程.

所以,每分支有两个矩阵变换方程,每个包含三个代数方程,三支共 18 个方程.

最后,系统未知数为:54(关节未知广义力数)+3(平台位姿参数)=57,方程数目为:39(系统力平衡方程)+18(位置方程数)=57,方程数与未知数相等。将每一分支的6个位置方程写成矢量方程形式如下:

$$P_i(\Lambda) = 0 \quad (6)$$

式中: $i=1, 2, 3$ 为关节分支号; Λ 为对应分支内 6 个关节的 18 个反力(矩)再加上平台位姿参数(x_0, y_0, θ_0) 即为 21×1 矢量; P_i 为分支 i 内 6 个位置平衡方程 $f_{13} \sim f_{18}$ 组成的 6×1 矢量.

得到了每一分支的 18 个方程以后,各方程的位置还可以作相应调整以使求解方便,如将含有 (x_0, y_0, θ_0) (平台位姿参数) 的六个方程放至前列 $f_1 \sim f_3$ 和 $f_7 \sim f_9$ 位置,而将 12 个力平衡方程放置在 $f_4 \sim f_6$ 和 $f_{10} \sim f_{18}$ 位置.

3 3_DOF 平面并联微动机器人的动-静态模型的求解

将各分支中关节反力按下列顺序排序: $R_{Bix} - 1$ $R_{Cix} - 2$ $R_{Eix} - 3$ $R_{Fix} - 4$ $R_{Dix} - 5$ $R_{Six} - 6$; $R_{Biy} - 7$ $R_{Ciy} - 8$ $R_{Eiy} - 9$ $R_{Fiy} - 10$ $R_{Diy} - 11$ $R_{Siy} - 12$; $M_{Bi} - 13$ $M_{Ci} - 14$ $M_{Ei} - 15$ $M_{Fi} - 16$ $M_{Di} - 17$ $M_{Si} - 18$; $i = 1, 2, 3$ (分支号); 还有平台位姿变量 $x_0 - 55$ $y_0 - 56$ $\theta_0 - 57$.

在程序中统一用 $R(i)$ 代替上面各反力(矩) $i=1 \sim 18$. $(x_0 y_0 \theta_0)$ 用 $X(i)$ 表示 $i=1, 2, 3$. 各函数统一用 $f(i)$ 代表 $f_1 \sim f_{18}$. 而 18 个方程($f_1 \sim f_{18}$) 为每个分支所出现的运动学、静力学方程 除 $(x_0 y_0 \theta_0)$ 在三分支中都出现外, 其余广义力变量只在本分支中出现.

包含 54 个未知关节反力(矩)和 3 个未知平台位姿参数的 57 个方程同样高度非线性和高度耦合,采用 Newton-Raphson 数学迭代法求解. 先求出它们的偏导数矩阵 Df , 它为 57×57 方阵. 该方阵结构具有如下特点:

以每个分支 18 个方程, 18 个未知广义力(矩)变量组成 18×18 的偏导数 $\frac{\partial f(1 \sim 18)}{\partial R(1 \sim 18)}$ 分块矩阵, 第一分支的分块阵位于总矩阵的 $(1 \sim 18) \times (1 \sim 18)$ 位置, 第二分支的分块阵位于 $(19 \sim 36) \times (19 \sim 36)$ 位置, 第三分支的分块阵位于 $(37 \sim 54) \times (37 \sim 54)$ 。

另外还有一个 $\frac{\partial f(1 \sim 18)}{\partial X(1 \sim 3)}$ 其中 $X = (x_0 y_0 \theta_0)^T$ 这 18×3 的分块矩阵有三个, 对应 1、2、3 个分支, 分别放置在

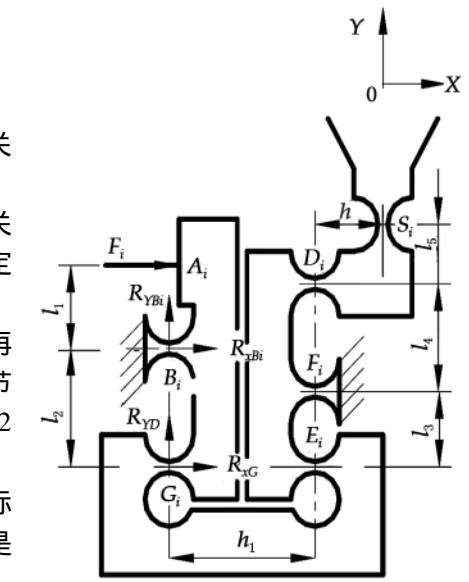


图3 微动机器人的一个分支

总矩阵的从上到下最右边三列位置. 即 $(1 \sim 18) \times (55 \sim 57)$ 、 $(19 \sim 36) \times (55 \sim 57)$ 和 $(37 \sim 54) \times (55 \sim 57)$.

方程(234)关于 R_{Six} 、 R_{Siy} 、 M_{Si} 的偏导数矩阵 $\frac{\partial F(1 \sim 3)}{\partial R_{Si}}$ 置于总矩阵的最后三行, 即 $(55 \sim 57)$ 行, 所在列位置由 R_{Six} 、 R_{Siy} 、 M_{Si} 所在列决定.

每个分支中的 18×18 矩阵中只有 112 个非零元素, 且包含 28 个常量, 与分支无关. 最后三列的 $\frac{\partial f(1 \sim 18)}{\partial R(1 \sim 3)}$ 偏导数分块矩阵, 每个有 5 个非零元素. 最后三行 $(55 \sim 57)$ 共有 16 个非零元素. 所以在这 $57 \times 57 = 3249$ 个元素的偏导数矩阵中, 非零元素只有 367 个, 矩阵稀疏率为

$$\lambda = \frac{367}{3249} = 0.112957$$

采用稀疏矩阵存放能减少大量的内存消耗和计算时间, 从而减少循环时间, 加快计算速度. 当给定输入力矢量 $F = (-1 \ -0.8 \ 1.3)^T \text{ N}$ 时, 利用伪刚体法建立动-静态模型, 通过 Newton-Raphson 法迭代五次以后得到平台位姿矢量为 $X = 10^{-3} \times (-0.1389 \text{ mm} \ -0.2021 \text{ mm} \ -0.0740^\circ)$. 利用变形叠加法建立动-静态模型, 同样经 8 次迭代后得输出平台位姿参数 $X = 10^{-3} \times (-0.07778 \text{ mm} \ -0.06719 \text{ mm} \ -0.009404^\circ)$. 利用有限元方法得到的位姿参数为: $10^{-3} \times (-0.04279 \text{ mm} \ -0.03726 \text{ mm} \ -0.01765^\circ)$. 相比利用伪刚体法得到的结果^[4]更接近于有限元计算结果, 模型精度有了很大提高.

4 结语

通过采用变形叠加原理分析柔性关节的受力变形和位移过程, 分析柔性关节受力后的运动传递和力传递过程, 并直接应用于微动并联机构的运动学和静力学建模, 两者结合, 联合求解, 便构成了机构的动-静态模型. 对于工作在低速和低频以及工作空间很小的大多数微动机器人, 与应用伪刚体法分析结果相比较, 能有效提高系统的运动学分析精度, 事实证明是有效的.

参考文献:

- [1] F. Scire and C. Teague. Piezodriven $50\mu\text{m}$ range stage with sub_nanometer resolution[J]. Rev. Sci. Instrum., 1978, 49(1): 1835 - 1741.
- [2] B. A. Salamon. Mechanical advantage aspects in compliant mechanisms design[D]. US: Purdue University, 1989.
- [3] P. A. Liu, Q. Li. Kinematics and dynamics of a general purpose, parallel, compliant micromanipulators[J]. Journal of Multi-body Dynamics, 2003, 217(1): 39 - 50.
- [4] 刘平安. 柔性关节及 3-DOF 微动平面并联机器人设计与分析[D]. 北京: 北京交通大学, 2008.

Kinetostatic Modeling of 3 DOF Planar Parallel Micro_Motion Manipulator

LIU Ping_an

(School of Mechanical and Electrical Engineering, East China Jiaotong University, Nanchang 330013, China)

Abstract: Based on the Deformation Repetitive Addition (DRA), the kinetostatic model combined with kinematics and static model of micro_motion manipulator is offered in this paper by application of the transformations between general forces and between displacements and orientations on the lateral sides of the flexure hinge. This is applicable to most micro_motion manipulator which works under low speed, low frequency and within micro workspace in less than $100\mu\text{m}$. The process, including modeling and solution, is introduced in detail by using a 3 DOF Planar Parallel Micro_Motion Manipulator as a case study. The precision resulted from this study has been highly improved with comparison to that obtained by pseudo_rigid body method.

Key words: deformation repetitive addition (DRA); flexure hinge; kinetostatic modeling

(责任编辑: 刘棉玲)