文章编号:1005-0523(2012)03-0001-06

PSO优化的LS-SVM在列车弓网系统的建模研究

衷路生,齐叶鹏,杨 辉,龚锦红,张永贤,颜 争

(华东交通大学电气与电子工程学院,江西 南昌 330013)

摘要:提出基于粒子群(PSO)优化最小二乘支持向量机(LS-SVM)的列车弓网系统建模方法。针对LS-SVM的超参数难以选择的问题,提出采用具有全局搜索性能的PSO优化LS-SVM超参数的方法。在建立弓网子系统模型的基础上,得到了弓网系统的整体动力学方程。最后进行弓网系统的仿真实验,结果表明,所提出的PSO优化LS-SVM模型比LS-SVM模型、子空间模型具有更高的预报精度,所提出的方法用于列车弓网系统的建模是有效的。

关键词:最小二乘支持向量机;粒子群优化;弓网系统;曲线拟合;非线性建模

中图分类号:TP273;U283 **文献标志码**:A

随着铁路的大发展,以前的内燃机车越来越多的被电力机车所取代。电力机车通过受电弓与接触网之间不间断的电气和机械接触获取电能,弓网系统平稳接触受流是电力机车的关键技术之一。弓网系统通过接触网与受电弓之间的接触力耦合在一起,随着列车速度的增加,弓头会在垂向发生振动位移,接触力也会在垂向发生波动,如果波动幅度过大,不仅引起机车受流不良、弓网间磨损磨耗加剧,甚至会导致系统断电、列车停运等重大事故。因此,良好的弓网接触关系是高速列车安全可靠运行的重要条件。

分析弓网接触关系的前提是建立弓网系统的动力学模型。目前,弓网系统的建模问题已经引起广泛关注。文献[1]建立了简单链形悬挂接触网的数学模型并得到垂向振动固有频率和模态振型,分析出接触网的动态响应和受流性能;文献[2]运用机车-轨道耦合动力学理论研究机车-轨道系统对受电弓-接触网系统的振动影响问题;文献[3]首先分别建立接触网模型和受电弓模型,然后通过接触单元得到弓网系统的整体模型,并构建弓网耦合系统的动力学平衡方程,最后采用直接积分法求解建立的平衡方程;文献[4]采用无限长弦模型,将受电弓看作集中质量模型,分析了弓网系统的动态受流性能,研究接触网-受电弓的动态相互作用。此外,还相继提出了弓网系统的吊弦反射模型[5]、集中质量块模型[6]等。已有的弓网系统建模方法虽然能够揭示影响弓网受流质量的某些因素,但已有方法都对弓网的数学模型、边界条件等作出某些假设和简化,难以完全反映弓网系统的真实动力学行为。

基于上述分析,本文提出弓网系统基于粒子群优化(particle swarm optimization,PSO)优化的LS-SVM建模方法。LS-SVM是基于结构风险最小化的SVM的一种扩展,LS-SVM较好地解决了机器学习中遇到的小样本、高维数、非线性、局部极小值、计算量大、运算速度慢等问题,因而,LS-SVM在牵引电机建模[7]、软测量[8]、稀土建模[9]等领域获得了广泛应用。实践表明,LS-SVM的参数(正则化参数γ、核宽度σ)将直接影响其学习精度和泛化能力,目前尚缺乏关于LS-SVM参数的有效计算方法。为此,我们提出基于PSO优化的LS-SVM参数选择方法,避免了LS-SVM参数选择的随机性和盲目性。以弓网子系统模型为基础得到了弓网系统的整体动力学方程。弓网系统接触力的建模和预报实验的结果表明所提出方法的有效性。

收稿日期:2012-03-23

基金项目:国家自然科学基金项目(60904049,61164013,51174091);铁道部科学技术研究重点项目(2011Z002-D);江西省自然科学基金项目(20114BAB211014)

作者简介:衷路生(1979-),男,副教授,博士,研究方向为信号处理、机器学习。

(C)1994-2023 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

1 最小二乘支持向量机理论

以结构风险最小化为基础的SVM方法[10],通过内积函数定义的非线性变换将输入样本集映射到高维线性特征空间,并在此高维特征空间构造最优分类面。SVM的算法复杂度与训练样本数有关。Suykens等提出的最小二乘支持向量机[11](LS-SVM)将误差的二范数作为优化的损失函数,用等式约束代替SVM的不等式约束,从而将求解SVM的二次规划问题转化为求解线性方程组的问题。LS-SVM回归问题描述如下:

假设样本数据集为 $\{\boldsymbol{x}_k, y_k\}_{k=1}^{N}$,其中 $\boldsymbol{x}_k \in R^m$ 为 m 维的输入向量,$y_k \in R$ 为相应的目标输出,N 为样本容量。回归问题首先用非线性映射函数 $\varphi(\cdot)$ 把输入空间样本 x 映射到高维特征空间 $\varphi(x)$,然后在这个高维特征空间构造线性决策函数:

$$y(x)=\boldsymbol{\omega}^{\mathrm{T}}\varphi(x)+b \tag{1}$$

式中:$\boldsymbol{\omega}$ 是高维特征空间的权向量;b 是偏差量。

Suykens等根据结构风险最小化原则,将式(1)的回归问题转化为以下LS-SVM的优化问题:

$$\begin{aligned}&\min_{\boldsymbol{\omega},b,e} J(\boldsymbol{\omega},e)=\frac{1}{2}\|\boldsymbol{\omega}\|^2+\gamma\frac{1}{2}\sum_{k=1}^{N}e_k^2\\&\text{s.t.}\quad y_k=\boldsymbol{\omega}^{\mathrm{T}}\varphi(\boldsymbol{x}_k)+b+e_k,\ k=1,\cdots,N\end{aligned} \tag{2}$$

式中:$\|\boldsymbol{\omega}\|^2$ 用以控制模型的复杂度;e_k 为松弛因子;γ 是用于平衡拟合误差和模型复杂度的正则化参数。由于 $\boldsymbol{\omega}$ 的维数高(可能是无限维),直接求解式(2)非常困难,因此将式(2)转化为其对偶问题,并引入Lagrange乘子进行求解:

$$L(\boldsymbol{\omega},b,e,\alpha)=J(\boldsymbol{\omega},e)-\sum_{k=1}^{N}\alpha_k\{\boldsymbol{\omega}^{\mathrm{T}}\varphi(\boldsymbol{x}_k)+b+e_k-y_k\} \tag{3}$$

其中,$\alpha_k, k=1,2,\cdots,N$ 是Lagrange乘子。对式(3)应用KKT优化条件得到

$$\left.\begin{aligned}&\frac{\partial L}{\partial\boldsymbol{\omega}}=0\rightarrow\boldsymbol{\omega}=\sum_{k=1}^{N}\alpha_k\varphi(\boldsymbol{x}_k)\\&\frac{\partial L}{\partial b}=0\rightarrow\sum_{k=1}^{N}\alpha_k=0\\&\frac{\partial L}{\partial e_k}=0\rightarrow\alpha_k=\gamma e_k\\&\frac{\partial L}{\partial\alpha_k}=0\rightarrow\boldsymbol{\omega}^{\mathrm{T}}\varphi(\boldsymbol{x}_k)+b+e_k-y_k=0\\&k=1,\cdots,N\end{aligned}\right\} \tag{4}$$

消去变量 $\boldsymbol{\omega}$ 和 e_k,则(4)式可以转化成如下的线性方程组:

$$\begin{bmatrix}0 & 1_N^{\mathrm{T}}\\ 1_N & \Omega+\gamma^{-1}\boldsymbol{I}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}b\\ \alpha\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0\\ y\end{bmatrix} \tag{5}$$

式中:$y=\begin{bmatrix}y_1\\ \vdots\\ y_N\end{bmatrix}$;$1_N=\begin{bmatrix}1\\ \vdots\\ 1\end{bmatrix}$;$\alpha=\begin{bmatrix}\alpha_1\\ \vdots\\ \alpha_N\end{bmatrix}$;$\Omega=\varphi(\boldsymbol{x}_k)^{\mathrm{T}}\varphi(x_l)=K(\boldsymbol{x}_k,\boldsymbol{x}_l); k,l=1,\cdots,N$,$\boldsymbol{I}$ 为 $n\times n$ 的单位矩阵,$K(\boldsymbol{x}_k,\boldsymbol{x}_l)$ 为满足Mercer条件的对称核函数,利用最小二乘法求解式(5)可以得到 b 和 α,由此得到LS-SVM模型对于新样本 x 的估计为

$$y(x)=\sum_{k=1}^{N}\alpha_k K(x,\boldsymbol{x}_k)+b \tag{6}$$

其中,$K(x,\boldsymbol{x}_k)$ 也是对称核函数。常用的核函数有高斯径向基函数、线性函数、多项式函数等。本文选择具有全局收敛性的高斯径向基函数作为核函数,即

$$K(x,\boldsymbol{x}_k)=\exp(-\|x-\boldsymbol{x}_k\|^2/2\sigma^2) \tag{7}$$

(C)1994-2023 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

其中：σ 是核宽度。在选择了核函数之后，则LS-SVM有待于进一步确定的参数有：正则化参数 γ 和核宽度 σ，其中正则化参数 γ 与LS-SVM的训练误差、泛化能力有关，核宽度 σ 反映训练样本的分布特性。目前还没有确定 γ 和 σ 的统一方法，常用的试凑法计算量大且无法保证获得全局最优解，因此，本文利用PSO算法来优化 γ 和 σ 的取值。

2　粒子群算法描述

粒子群优化（panicle swarm optimization，PSO）算法[12]是由Kennedy博士和Eberhart博士在1995年提出的一种基于群智能进化计算技术。其基本思想是根据个体与群体之间的信息传递及信息共享来寻找最优解。算法初始化为一群随机粒子，然后通过迭代搜索到最优解。在迭代过程中，粒子通过跟踪个体极值 P_i 和全局极值 P_g 两个极值来更新粒子自身的速度和在下一轮迭代中的位置。找到这两个极值后，粒子根据它们决定自己的飞行速度和新的位置。

粒子群优化算法根据公式（8）更新粒子速度和位置：

$$\left.\begin{aligned} v_{ij}^{\,k+1} &= w v_{ij}^{\,k} + c_1 r_1 (p_{ij}^{\,k} - x_{ij}^{\,k}) + c_2 r_2 (p_{gj}^{\,k} - x_{ij}^{\,k}) \\ x_{ij}^{\,k+1} &= x_{ij}^{\,k} + v_{ij}^{\,k} \end{aligned}\right\} \tag{8}$$

式中：k 表示迭代步数；$i=1,2,\cdots,M$，M 是该群体中粒子的总数；$j=1,2,\cdots,D$，D 是优化的参数的总数；$v_{id}^{\,k}, x_{id}^{\,k}$ 分别表示粒子 i 在第 k 步的速度和位置；$p_{ij}^{\,k}$ 为第 k 步粒子 i 对应于参数 j 的历史最优解；$p_{gj}^{\,k} = \min\limits_{i=1,\cdots,M}\{p_{ij}^{k}\}$ 为第 k 步迭代所有粒子对应于参数 j 的历史最优解；w 为惯性权重因子，w 取值范围为 $[0.5,1]$；c_1 和 c_2 是加速度因子，取值范围 $[1,2]$；r_1 和 r_2 是均匀分布于 $[0,1]$ 之间的随机数；d 表示一个 d 维的参数空间。在每一次迭代中，每个粒子都由适应度函数来计算适应值，本文采用均方误差函数作为适应度函数，公式为

$$Fit(i) = \frac{1}{l}\sum_{j=1}^{l}(y_{ij} - \hat{y}_j)^2 \tag{9}$$

式中：$Fit(i)$ 是第 i 个粒子的适应值；y_{ij} 是第 i 个粒子 j 个样本的输出值；$\hat{y}_j$ 是 j 个样本的期望输出值。

在PSO的参数中，w 的选择很重要，较大的 w 有较好的全局搜索能力，而较小的 w 则有较强的局部搜索能力。所以，w 在前期优化过程中应取较大值以获得好的全局搜索能力，后期优化过程中取较小值以得到好的局部搜索能力，w 通常根据以下经验公式确定

$$w(k) = w_{\max} - \frac{w_{\max} - w_{\min}}{K_{\max}} k \tag{10}$$

式中：$w_{\max}$ 一般取值0.9~1.4；$w_{\min}$ 取0.4；k 是当前迭代次数，$K_{\max}$ 是最大迭代次数。

利用粒子群算法优化LS-SVM参数的具体步骤将在第4小节的仿真部分给出。

3　弓网系统建模分析

弓网是通过弓网接触应力耦合在一起的复杂动力学系统，其结构图如图1所示。通常采用子结构方法[6]建立弓网系统模型，即首先建立接触网、受电弓的子系统模型，然后根据弓网子系统模型的相互耦合关系得到弓网系统的整体动力学模型，接下来分别建立弓网子系统模型。

接触网是具有一定抗弯刚度的线索结构，接触网由支柱、绝缘子、承力索、接触线、吊弦、定位器等组成。接触网的刚度不是常数，而在跨内以及跨间变化，因此，通常将弓网接触看作受电弓与变刚度弹簧系统的接触。借鉴文献[6]的基于有限元方法和最小二乘拟合得到的刚度表达式：

$$k(t) = k_0(1 + \mu_1 f_1 + \mu_2 f_2 + \mu_3 f_1^2 + \mu_4 f_3^2 + \mu_5 f_4^2) \tag{11}$$

(C)1994-2023 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

式中：k_0为平均刚度，N·m^{-1}；$\mu_1,\cdots,\mu_5$为接触网差异系数；v是电力机车速度，km·h^{-1}；L为接触网间跨距，m；S为接触网相邻吊弦间的距离，m；t为列车运行时间，s。此外，$f_1,\cdots,f_4$的计算式为

$$f_1=\cos(\frac{2\pi v}{L}t);f_2=\cos(\frac{2\pi v}{S}t);f_3=\cos(\frac{\pi v}{L}t);f_4=\cos(\frac{\pi v}{S}t) \tag{12}$$

不同悬挂方式（弹性链形悬挂、简单链形悬挂）的接触网对应的式（11）（12）的参数取值也不相同。

受电弓安装在动车顶部，由弓头、滑板、上框架、下框架、上升或下降弹簧及阻尼器组成。一般采用等效质量模型来研究受电弓的动力学行为。根据等效质量模块数目可以分为一元，二元及多元模型。本文采用如图2所示的二元受电弓等效模型，根据图2写出弓网耦合系统动力学方程：

$$\left.\begin{aligned} &m_1\ddot{x}_1+k_1(x_1-x_2)+d_1(\dot{x}_1-\dot{x}_2)+k(t)x_1=0\\ &m_2\ddot{x}_2+k_1(x_2-x_1)+d_1(\dot{x}_2-\dot{x}_1)+d_2(\dot{x}_2-\dot{x}_r)=F_0 \end{aligned}\right\} \tag{13}$$

式中：m_1，m_2分别为弓头和框架等效质量，kg；d_1，d_2分别为弓头与框架间阻尼和框架与动车车体间的阻尼，N·s·m^{-1}；k_1为弓头与框架间刚度，N·m^{-1}；$k(t)$为接触网等效刚度，N·m^{-1}；F_0为静抬升力，N；x_r为来自电力机车的激扰信号。

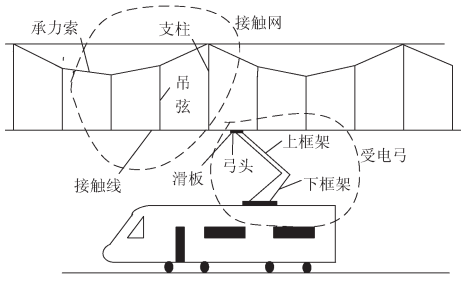


图1 弓网系统结构图

Fig.1 Pantograph-catenary system structure chart

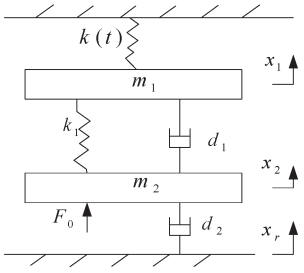


图2 弓网系统二元等效模型

Fig.2 Binary equivalent modeling of the pantograph-catenary system

4 基于PSO优化的LS-SVM弓网仿真

基于以上分析，本节应用基于PSO优化的LS-SVM在simulink环境下对弓网系统进行数值仿真，并将本文方法、常规LS-SVM方法以及子空间辨识方法所得的结果进行对比分析。利用Matlab的simulink模块和根据（13）式搭建弓网系统动力学模型，仿真中的弓网模型参数为

$k_0=3\,684.5$，$\mu_1=0.466\,5$，$\mu_2=0.083\,2$，$\mu_3=0.260\,3$，$\mu_4=-0.280\,1$，$\mu_5=-0.336\,4$，$L=63$ m，$S=10$ m，$m_1=6.5$ kg，$m_2=12$ kg，$k_1=2650$ N·m^{-1}，$d_1=100$ N·s·m^{-1}，$d_2=70$ N·s·m^{-1}，静提升力$F_0=90$ N，x_r取噪声功率为0.01的白噪声，速度$v=200$ km·h^{-1}。

运行simulink仿真图，用示波器观测接触力曲线如图3所示，同时保存仿真中获得的数据用于LS-SVM进行建模和预备试验。

为便于分析实验结果，首先给出PSO优化LS-SVM的弓网建模步骤：

Step1：确定PSO的粒子总数M、最大迭代步数$K_{\max}$、粒子初始的位置值和速度值、加速度因子、惯性权重因子的最大值$w_{\max}$和最小值$w_{\min}$；设定LS-SVM γ和σ的初始值；记迭代步数初始值$k=1$；

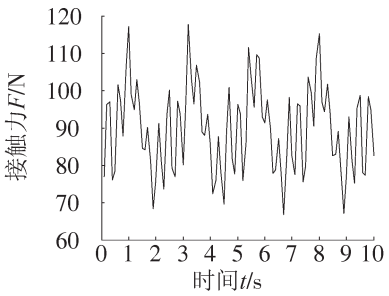


图3 弓网系统接触力仿真曲线

Fig.3 Contacting force simulation curve of the pantograph–catenary system

(C)1994-2023 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

Step2：以当前的 γ 和 σ 训练LS-SVM，根据式(9)计算训练样本的均方误差作为PSO的适应度值；

Step3：由得到适应度值，根据式(10)计算惯性权重因子，依据式(8)更新PSO的位置和速度(即搜索更好的 γ 和 σ)，并令 $k=k+1$ ；

Step4：如果 $k<K_{\max}$ ，返回Step2继续迭代；否则将获得的 γ 和 σ 建立LS-SVM的回归模型；

Step5：利用LS-SVM回归模型对验证数据进行预报。

选取图3simulink仿真保存的100组数据，其中前80组作为训练数据，后20组作为检验数据来验证模型的效果。应用上述PSO优化LS-SVM的算法、常规LS-SVM、子空间辨识方法[12-13]分别进行弓网模型的建模与预报试验。PSO和LS-SVM的参数取值为：$K_{\max}=200$，$M=10$，$w_{\max}=0.9$，$w_{\min}=0.4$，$c_1=1.5$，$c_2=1.7$，γ 和 σ 的初始值由MATLAB随机函数产生。

LS-SVM的输入是等效质量模块的垂向位移 x_1 和 x_2 与等效质量模块的速度 $\dot{x}_1$ 和 $\dot{x}_2$ ，输出是弓网间接触力。PSO迭代的适应度曲线如图4所示，参数 $c_1=1.5$ ，$c_2=1.7$ ，终止代数为200步。经过200次的迭代和PSO优化得到的 γ 为669.375 3，σ 为5.700 1。常规LS-SVM采用的是交叉验证的方法得到的 $\gamma=536.270\,1$，$\sigma=7.768\,47$ 。图5是PSO优化LS-SVM的建模误差(式(9))与迭代步数的关系图。由图4可知，PSO优化的建模误差经过2步迭代快速下降到0.0378 2，经过搜索寻优，建模误差在第80步即可达到稳定的最小值，说明PSO优化的 γ 和 σ 只需80步迭代就能收敛到全局最优解。

基于以上得到的PSO优化LS-SVM模型、常规LS-SVM模型、子空间模型，应用20组检验数据分别进行弓网系统接触力的预报，3种方法的预报结果如图5所示。从图5可以看出，PSO优化的LS-SVM模型对接触力的预报值几乎与实际的接触力重合，说明LS-SVM模型的预报精度高；子空间模型对接触力的预报值与实际的接触力存在较大偏差，说明子空间模型的预报精度差；常规LS-SVM模型的预报精度介于PSO优化LS-SVM和子空间模型之间。3种模型的具体相对误差见表1。

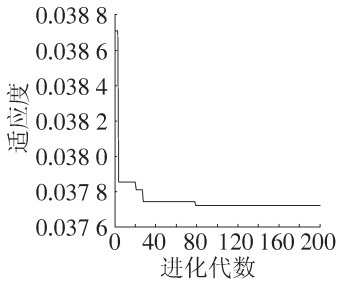


图4　PSO迭代的适应度曲线
Fig.4　Fitness curve of PSO iteration

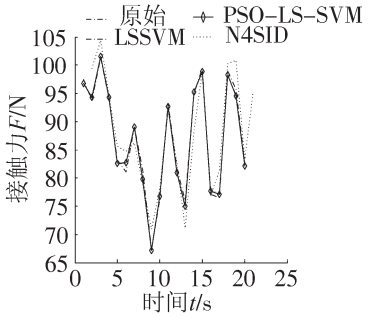


图5　接触力曲线拟合比较图
Fig.5　Fitting contrast of contacting force curve

表1　拟合曲线误差对比
Tab.1　Error contrast of fitting curve

算法	误差最大值	误差最小值	误差平均值
PSO-LS-SVM	0.500 3	0.002 0	0.049 6
LS-SVM	2.235 7	0.089 0	0.113 8
N4SID	6.922 8	0.163 3	0.814 9

5　结论

提出PSO优化LS-SVM的列车弓网系统建模方法。利用具有全局搜索特性的PSO算法来优化LS-SVM的正则化参数 γ 与核宽度 σ ，克服了LS-SVM参数选择的盲目性。采用子结构方法分别建立列车接触网、受电弓子系统模型，进而得到弓网系统的整体耦合模型。最后基于matlab平台进行弓网系统接触力的建

(C)1994-2023 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

模和预报实验，仿真结果表明，PSO优化LS-SVM模型相比于常规LS-SVM模型、子空间辨识模型具有更高的接触力预报精度，PSO优化LS-SVM模型能够反映弓网系统的实际运行状况，本文PSO优化LS-SVM在弓网系统的应用尝试为具有综合复杂性的弓网系统的建模和控制提供了新的方法。

参考文献：

[1] 张卫华，沈志云. 接触网动态研究[J]. 铁道学报，1991，13(4)：26-33.
[2] 翟婉明，蔡成标. 机车–轨道振动对受电弓–接触网系统动力学的影响[J]. 铁道学报，1998，20(1)：32-38.
[3] 周宁，张卫华. 基于直接积分法的弓网耦合系统动态性能仿真分析[J]. 中国铁道科学，2008，29(6)：71-76.
[4] 吴燕，吴俊勇，郑积浩，等. 高速受电弓–接触网动态受流性能及双弓距离的研究[J]. 铁道学报，2010，32(4)：38-43.
[5] BAUER K H，BUCKSCH R，LEMER F，et al. Dynamische krite2rien die auslegung von fahrleitungen[J]. ZEV Glasers Annalen，1979，103(10)：365-370.
[6] 杨岗，李芾. 高速动车受电弓滚动弓头特性研究[J]. 机车电传动，2010(4)：79-83.
[7] 李娜，杨恒，屈志坚，等. 基于改进最小二乘支持向量机的电力机车牵引电机建模[J]. 铁道学报，2011，33(3)：23-27.
[8] 陈帅，朱建宁，潘俊，等. 最小二乘支持向量机的参数优化及其应用[J]. 华东理工大学学报：自然科学版，2008，34(2)：278-282.
[9] 陆荣秀. 混合核函数支持向量机在系统建模中的应用[J]. 华东交通大学学报，2010，27(2)：63-67.
[10] VAPNIK V N.The nature of statistical learning theory[M]. New York：Springer，1995：120-125.
[11] SUYKENS J A K，VANDEWALLE J. Least squares support vector machines [J]. Neural Processing Letter，1999，9(3)：293-300.
[12] 衷路生，杨辉. 基于辅助变量的闭环系统子空间辨识[J]，控制与决策，2009，24(5)：670-674.
[13] 甘岚，吕文雅. 基于LLE和LS_SVM的胃粘膜肿瘤细胞图像分类[J]. 华东交通大学学报，2011，28(3)：83-87.
[14] 张曙光，金学松. 高速轮轨系统动力学研究体系及其系统建模[J]. 科学通报，2007，52(7)：855-860.

Modeling of Train Pantograph-catenary System Based on LS-SVM Optimized by PSO

Zhong Lusheng，Qi Yepeng，Yang Hui，Yan Zheng，Gong Jinhong

（School of Electrical and Electronic Engineering，East China of Jiaotong University ，Nanchang 330013，China）

Abstract：A modeling method，based on least squares support vector machine（LS-SVM）optimized by particle swarm optimization（PSO），for train pantograph-catenary system is proposed in this paper. For the difficult choice of hyper parameters of LS-SVM，the PSO with global search performance is used to optimize the hyper parameters of LS-SVM. In addition，the whole pantograph-catenary dynamic equation is obtained on the basis of establishing the model of the pantograph-catenary subsystem. Finally，simulation experiment is carried out，and the simulation results show that proposed LS-SVM optimized by PSO model has better forecast precision than LS-SVM model.Tthe proposed method is effective in modeling train pantograph-catenary system。

Key words：LS-SVM；PSO；pantograph-catenary system；curve fitting；nonlinear modeling

(C)1994-2023 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net