文章编号:1005-0523(2016)04-0050-06

放坡条件下有限土体主动土压力计算

方 燕[1],王海龙[2],杨锐锐[1],胡文韬[1],吕雪冬[1]

(1.华东交通大学土木建筑学院,江西 南昌 330013;2.南昌市政公用集团,江西 南昌 330000)

摘要:通过极限平衡法推导了放坡条件下有限土体主动土压力计算公式,基于该公式分析了不改变有限土体宽度与基坑深度的比值(b/H),但改变基坑大小的情况下,对剪切面破裂角无影响,且有限土体主动土压力与基坑深度的平方成正比关系。改变边坡坡角,随着 b/H 的值增大,剪切破裂角及有限土体主动土压力会趋于一定值,且该计算公式适用范围与边坡坡角无关,与内摩擦成负相关。

关键词:有限土体;主动土压力;破裂角;坡角

中图分类号:TU43 **文献标志码**:A

DOI:10.16749/j.cnki.jecjtu.2016.04.008

近年来,随着城市地下轨道不断发展,异形、交叉等大型深基坑[1-2]不断涌现,在这些复杂的基坑中,往往基坑与基坑之间会出现高差,具有高差的这部分土体并非半无限长,而是有限的(如图1所示)。经典的朗肯土压力理论或库仑土压力理论采用的是半无限土体的假设条件,显然对有限土体并不适合。高印立[3-4]基于土体的塑性上限理论,提出了一种有限土体土压力的计算公式,指出利用极限分析法得到的有限土体土压力与朗肯土压力理论存在显著差异。王文杰[5]从土压力基本原理出发,根据两竖直挡墙之间矩形片体单元受力平衡条件,简单推导得出了有限宽度土体的土压力计算方法。李峰[6]基于滑楔体平衡理论,推导了考虑土体变形情况的有限土体土压力计算模式,马平[7]基于极限平衡理论及平面滑裂面假定,在考虑土黏聚力及有限土体宽度的基础上,推导有限土体滑裂面剪切破坏角的数学表达式,并建立有限土体主动土压力计算公式,肖世国[8]根据极限平衡及应力圆分析理论,对一般重力式挡墙主动土压力计算模型进行了分析,获得了近似解析解。池云飞等[9]基于经典库仑土压力理论,推导出计算梯形断面滑动土楔主动土压力公式。周含川[10]基于主动土压力为三角形分布或高大挡墙的梯形分布条件下,推导了有限土体断面形状更通用有限土体主动土压力计算方法。本文采用推导库仑土压力理论的推导方式推导出了放坡条件下有限土体主动土压力的计算公式。并通过算例分析,得出该条件下有限土体的适用范围及相关的一些结论。

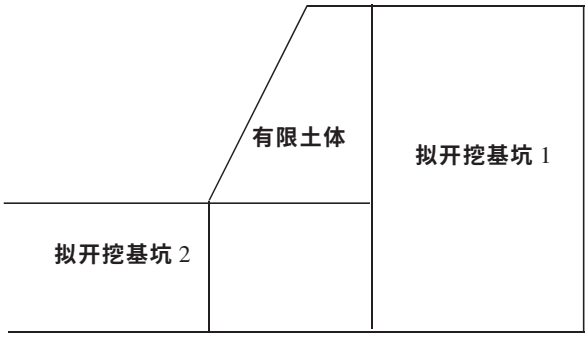


图1 存在有限土体基坑示意图

Fig.1 Schematic diagram of existing limited soil pit

收稿日期:2015-03-25

基金项目:南昌市政公用集团科技基金(2014)

作者简介:方燕(1976—),男,副教授,博士,研究方向为道路与铁道。

(C)1994-2023 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

1　放坡条件下有限土体主动土压力计算分析

1.1　放坡条件下有限土体主动土压力计算模型

基本假设：基坑深度为 H，有限土体为 $ABCD$，其宽度为 b，边坡倾角为 β，支护挡墙竖直，墙背面为粘性土，土的容重为 γ，内摩擦角为 φ，土体的外摩擦角为 δ。当支护结构在土压力的作用下产生水平向位移，使墙背面土体产生滑裂体(视为刚性体)，并处于极限平衡状态。此时的滑裂面为 BF，滑裂体为 $ABFD$，在滑裂体上作用有滑裂土体的重力 W，滑裂面 BF 上的反力 R，反力 R 与滑裂面的法线成 φ 角，并作用在法线的下方；AB 面上的反力 E_a（即主动土压力），反力 E_a 与 AB 面的法线成 δ 角，并作用在法线的下方，如图 2 所示。

1.2　放坡条件下有限土体主动土压力基本方程

取单位长度有限土体考虑，由图 1 中的关系可得滑裂体的重力 W 为

$$W=1/2\ \gamma[Hb+(H\cot\beta+b)AE\ ] \tag{1}$$

式中：γ 为土的重度，kN·m^{-3}；b 为坡顶的宽度，即有限土体的宽度，m；H 为坡顶到坡底的垂直距离，即计算点的深度，m；β 为边坡的坡角。

$$EF=(H-AE)\cot\theta=b+AE\cot\beta$$

所以

$$AE=\frac{H\cot\theta-b}{\cot\theta+\cot\beta} \tag{2}$$

根据图 2 所示各力的关系，不考虑均布荷载，建立平面直角坐标系，如图 3 所示。

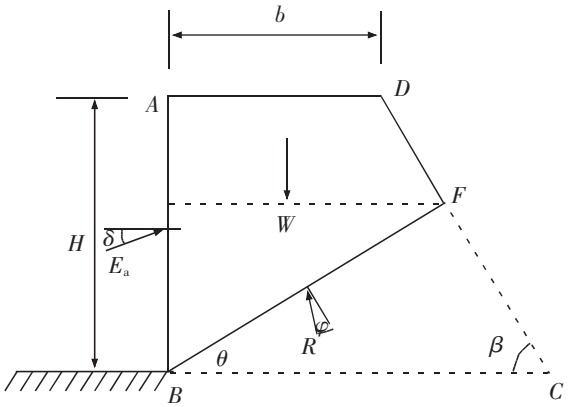


图 2　有限土体受力分析图

Fig.2　Analysis diagram of limited soil stress

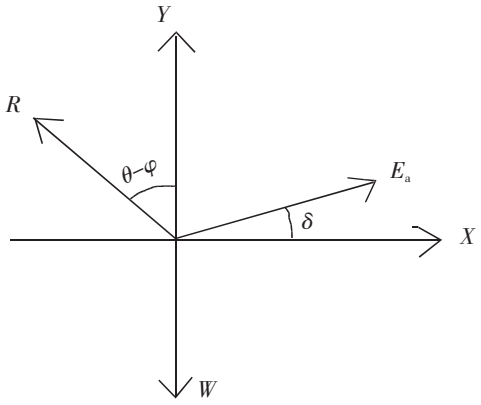


图 3　有限土体受力简图

Fig.3　Limited soil force diagram

可得平衡方程为

$$\begin{cases}E_a\cos\delta-R\sin(\theta-\varphi)=0\\E_a\sin\delta+R\cos(\theta-\varphi)=W\end{cases} \tag{3}$$

由式(1)(2)(3)可得有限土体主动土压力计算公式为

$$E_a=\frac{\sin(\theta-\varphi)}{\cos(\theta-\varphi-\delta)}\left(\frac{1}{2}\gamma Hb+\frac{1}{2}\gamma(H\cot\beta+b)\frac{H\cot\theta-b}{\cot\theta+\cot\beta}\right) \tag{4}$$

1.3　放坡条件下有限土体主动土压力求解方法

根据极限平衡法求解出的主动土压力公式可知：求解主动土压力关键在于解出剪切破裂面倾角。对于半无限土体而言，朗肯与库仑土压力理论得到的主动土压力计算时的剪切破裂面倾角均为 $\theta=45°+\varphi/2$，剪切破裂面倾角是个定值，与深度无关。对于有限土体而言，剪切破裂面倾角会随着深度的改变而改变。

当深度 H 一定时，根据上式(4)可知：E_a 为剪切破裂面倾角 θ 的函数。按照极限平衡理论，E_a 对 θ 求导，并令 $\mathrm{d}E_a/\mathrm{d}\theta=0$，此时求出的 θ' 即为剪切破裂面倾角，求出的极大值即为有限土体主动土压力。式(4)对 θ 求

(C)1994-2023 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

导可得：

$$dE_a/d\theta=(\cos(\delta-\theta)((Hb\gamma)/2-(\gamma(b+H\cot(\beta))(b-H\cot(\theta)))/(2\cot(\beta)+\cot(\theta))))/\cos(\delta+\varphi-\theta)+\left(\sin(\delta-\theta)\left(\begin{array}{l}(\gamma(b+H\cot(\beta))(b-H\cot(\theta))(\cot(\theta)^2+1))/\\(2(\cot(\beta)+\cot(\theta))^2)+\\(H\gamma(b+H\cot(\beta))(\cot(\theta)^2+1))/(2(\cot(\beta)+\cot(\theta)))\end{array}\right)\right)/\cos(\delta+\varphi-\theta)+\left(\sin(\delta-\theta)\sin(\delta+\varphi-\theta)\left(\begin{array}{l}(Hb\gamma)/2-\left|\begin{array}{l}r(b+H\cot(\beta))\\(b+H\cot(\beta))\end{array}\right|/\\(2(\cot(\beta)+\cot(\theta)))\end{array}\right)\right)/\cos(\delta+\varphi-\theta)^2 \tag{5}$$

2 有限土体主动土压力分析

根据式(5)可知，剪切破裂面倾角不再是定值45°+φ/2，而是一个与有限土体宽度、边坡坡角、土的内摩擦角及深度等有关的变量，其所得的关系曲线如图4、图6所示。

当计算θ'与b/H、H的关系时，取γ=18 kN·m^{-3}，β=45°，φ=17°，δ=2/3 φ，计算数据如表1所示；当计算θ'与b/H，β的关系时，取γ=18 kN·m^{-3}，H=10 m，φ=17°，δ=2/3 φ，计算数据如表2所示；当计算θ'与b/H，φ的关系时，取γ=18 kN·m^{-3}，β=45°，H=10 m，δ=2/3 φ，计算数据如表3所示。

表1 不同深度相同b/H下有限土体θ、E_a值

Tab.1 Limited soil θ, E_a value at different depths and under the same ratio of b and H

b/H	H=10 m		库仑	H=15m		库仑	H=30m		库仑
	θ/(°)	E_a/(kN·m^{-1})		θ/(°)	E_a/(kN·m^{-1})		θ/(°)	E_a/(kN·m^{-1})	
0.1	62.7	314	500	62.7	706	1 126	62.7	2 823	4 503
0.2	61.4	352	500	61.4	791	1 126	61.4	3 166	4 503
0.3	59.7	381	500	59.7	858	1 126	59.7	3 431	4 503
0.4	57.8	403	500	57.8	908	1 126	57.8	3 631	4 503
0.5	55.8	420	500	55.8	944	1 126	55.8	3 778	4 503
0.6	53.8	431	500	53.8	970	1 126	53.8	3 879	4 503
0.7	51.8	438	500	51.8	986	1 126	51.8	3 944	4 503
0.8	49.9	442	500	49.9	995	1 126	49.9	3 979	4 503
0.9	48.1	443	500	48.1	997	1 126	48.1	3 989	4 503
1.0	46.4	442	500	46.4	995	1 126	46.4	3 978	4 503

由图4、图5可知，随着b/H的增大，剪切破裂面倾角与b/H成负相关；若随着H的增大，但不改变b/H时，剪切破裂面倾角无变化。但其有限土体主动土压力增大，且主动土压力与H的平方成正比。当H一定时，随着b的增大，有限土体土压力增大，并趋于库仑土压力。

由图6、图7可知，当b/H一定时，随着边坡坡角的增大，剪切破裂面倾角与坡角成正相关；随着b/H的增大，剪切破裂面倾角越来越小，并趋于一定值；其主动土压力与b/H成正比，与坡角成反比关系。

由图8~图12可知，基于MATLAB计算分析，当改变坡角，内摩擦角不变时，b=0.85 H，剪切破裂面线临界于边坡与坡顶的交点；若$b\leqslant$0.85 H时，剪切破裂面线交于边坡上，破坏模式与本文研究的有限土体受力分析一致，可根据式(4)计算有限土体主动土压力；若$b>$0.85 H时，剪切破裂面线交于坡顶处，此时破坏模式与经典的主动土压力破坏模式一致，可依照库仑理论来计算主动土压力，并且随着坡角的增大，不改变该破坏模式。当改变内摩擦角，边坡坡角不变时，随着内摩擦角增大，适用本文研究的破坏形式所对应的b/H的值越小。

(C)1994-2023 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

由此可知，有限土体主动土压力剪切破裂面倾角是个变量，它与有限土体宽度与深度的比值、边坡坡角等因素有关；当 $b/H>0.85$ 时，即 $\theta'\leqslant 48.7°$时，此时不能按照有限土体计算主动土压力。

表 2　不同坡角相同 b/H 下有限土体 θ、E_a 值

Tab.2　Limited soil θ, E_a value at different slope angle and under the same ratio of b and H

b/H	β=45°		β=60°		β=90°	
(H=10 m)	θ/(°)	E_a/(kN·m^{-1})	θ/(°)	E_a/(kN·m^{-1})	θ/(°)	E_a/(kN·m^{-1})
0.1	62.7	314	66.5	282	78.7	186
0.2	61.4	352	64.5	332	72.7	282
0.3	59.7	381	62.1	370	67.7	343
0.4	57.8	403	59.5	397	63.4	383
0.5	55.8	420	57.0	416	59.6	409
0.6	53.8	431	54.6	429	56.2	426
0.7	51.8	438	52.3	438	53.2	436
0.8	49.9	442	50.1	442	50.5	442
0.9	48.1	443	48.1	443	48.1	443
1.0	46.4	442	46.2	442	45.9	442

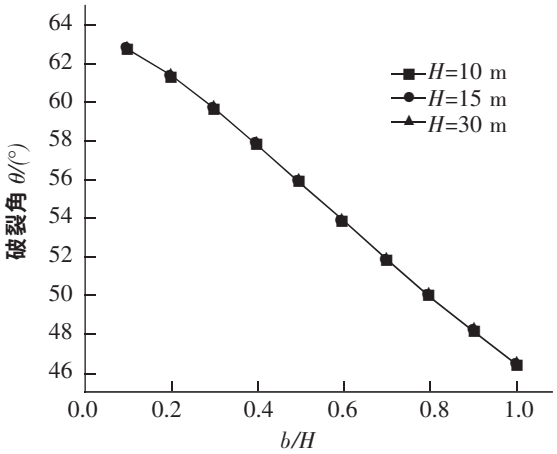


图 4　b/H 与 θ 关系曲线图

Fig.4　Relationship graph of b/H and θ

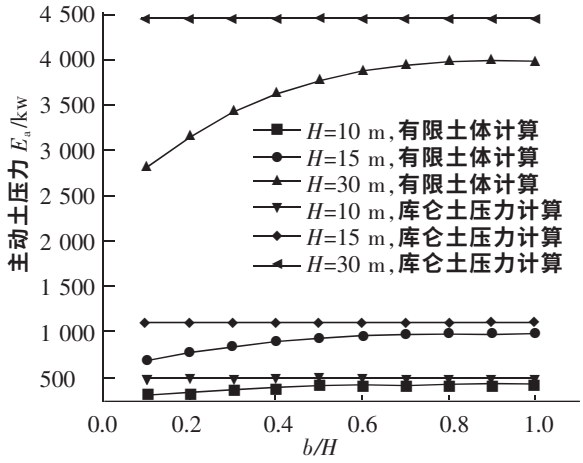


图 5　b/H 与 E_a 关系曲线图

Fig.5　Relationship graph of b/H and E_a

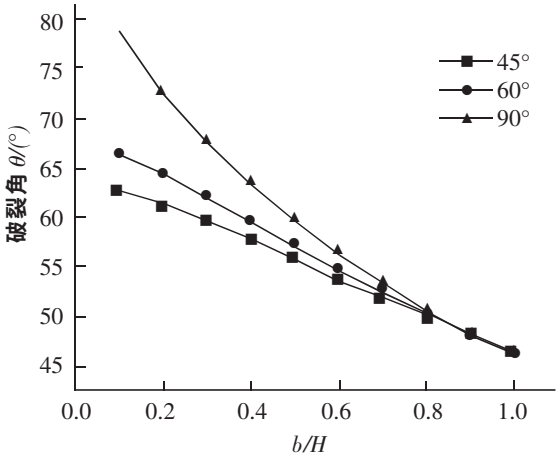


图 6　不同 β 下 b/H 与 θ 关系曲线图

Fig.6　Relationship graph of b/H and θ under different β

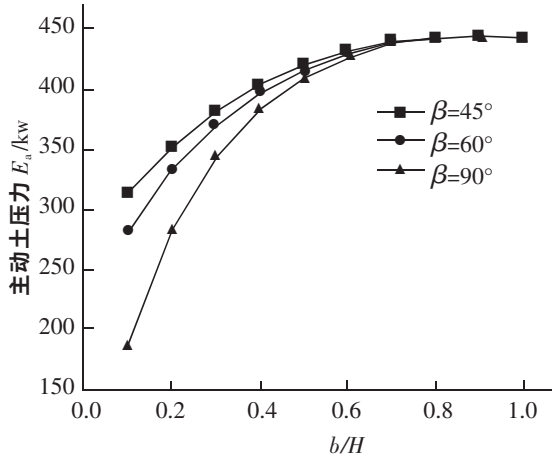


图 7　不同 β 下 b/H 与 E_a 关系曲线图

Fig.7　Relationship graph of b/H and θ under different E_a

(C)1994-2023 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

表3 不同内摩擦角相同 b/H 下有限土体 θ 值

Tab.3 Limited soil θ value at different internal friction angles and under the same ratio of b and H

b/H,H=10 m	φ=5°,θ/(°)	φ=17°,θ/(°)	φ=25°,θ/(°)
0.1	69.6	62.7	62.9
0.2	67.3	61.4	61.9
0.3	64.4	59.7	60.5
0.4	61.3	57.8	58.9
0.5	58.1	55.8	57.2
0.6	55.0	53.8	55.5
0.7	52.0	51.8	53.9
0.8	49.2	49.9	52.3
0.9	46.6	48.1	50.7
1.0	44.2	46.4	49.2

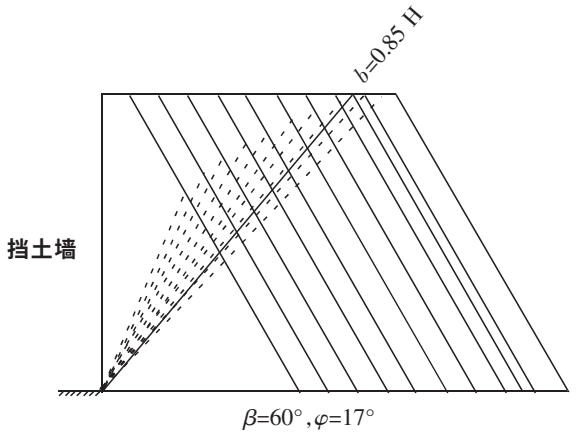


图8 坡角为60°示意图

Fig.8 Schematic diagram of slope angle of 60°

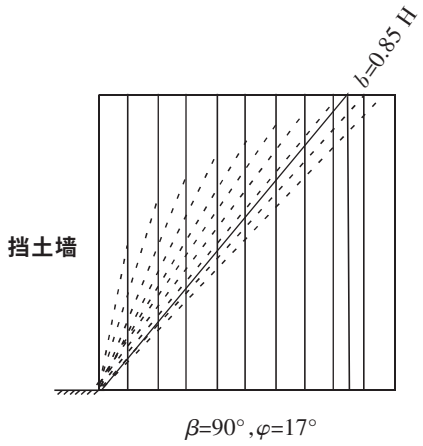


图9 坡角为90°示意图

Fig.9 Schematic diagram of slope angle of 90°

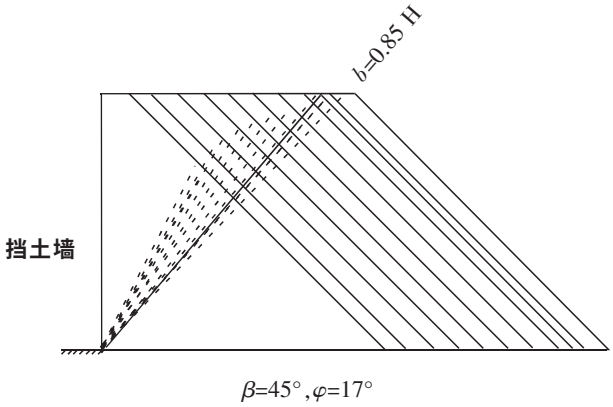


图10 坡角为45°示意图

Fig.10 Schematic diagram of slope angle of 45°

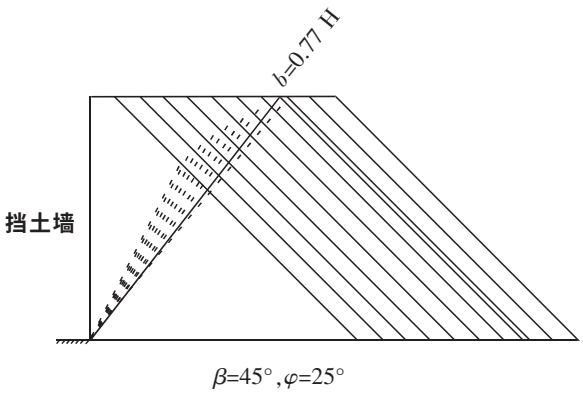


图11 内摩擦角为25°示意图

Fig.11 Schematic diagram of internal friction angle of 25°

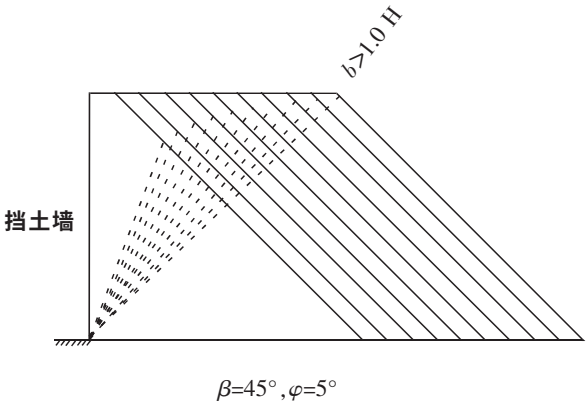


图12 内摩擦角为5°示意图

Fig.12 Schematic diagram of internal friction angle of 5°

(C)1994-2023 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

3　结论

本文根据极限平衡法推导出来放坡条件下有限土体主动土压力计算公式，以及采用编程软件 MATLAB 对放坡条件下有限土体滑裂面剪切破坏角的进行了求解，得到了以下主要结论。

1）有限土体主动土压力的适用范围与边坡坡角无关，与内摩擦角成负相关。

2）有限土体主动土压力剪切破裂面倾角是个变量，与基坑形状的大小无关，而与有限土体宽度与深度的比值、边坡坡角成负相关。

参考文献：

[1] 李钟. 深基坑支护技术现状及发展趋势(一)[J]. 岩土工程界，2001，4(1)：42-45.
[2] 孙钧. 市区基坑开挖施工的环境土工问题[J]. 地下空间，1999(4)：257-265.
[3] 高印立. 有限土体土压力的计算探讨[J]. 建筑科学，2000，16(5)：53~56.
[4] 高印立. 极限分析法计算有限范围土体土压力[J]. 建筑结构，2001，31(8)：66-68.
[5] 王文杰，曾进群，陈小丹. 深基坑开挖中有限土体土压力计算方法探讨[J]. 岩土工程界，2004，8(3)：30-31.
[6] 李峰，郭院成. 基坑工程有限土体主动土压力计算分析研究[J]. 建筑科学，2008，24(1)：15-18..
[7] 马平，秦四清，钱海涛. 有限土体主动土压力计算[J]. 岩石力学与工程学报，2008(S1)：3070-3074.
[8] 肖世国，陶志平. 土质边坡重力式挡墙主动土压力的近似解析解[J]. 路基工程，2009(1)：32-34.
[9] 池云飞，包志仁，陈中涛，等. 复杂边坡主动土压力求解与应用[J]. 人民黄河，2011，33(3)：88-89.
[10] 周含川. 有限土体主动土压力计算及探讨[J]. 重庆建筑，2009，12(8)：34-37.

Active Earth Pressure Calculation of Limited Soil in Grading Conditions

Fang Tao[1]，Wang Hailorg[2]，Yang Ruirui[1]，Hu Wentao[1]，Lv Xuedong[1]

(1. School of Civil Engineering and Architecture，East China Jiaotong University，Nanchang 330013，China；2. Nanchang Municipal Public Group，Nanchang 330000，China)

Abstract：Formula of active earth pressure of limited soil under grading conditions is derived by limit equilibrium method. Based on this formula, not changing the ratio of limited soil width and pit depth (*b/H*)，but changing the size of pit, this study finds out that the rupture angle of shear surface would not be influenced and the active earth pressure of limited soil is in proportion to the square of pit depth. With the change of slope angle, value of *b/H* increases, shear fracture angle and active earth pressure of limited soil tend tobe a certain value. And scope of this formula is irrelevant to slope angle and negatively correlates with internal friction.

Key words：limited soil; active earth pressure; rupture angle; slope angle

（责任编辑　王建华）

(C)1994-2023 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net