

文章编号: 1005-0523(2016)05-0065-11

## 两自由度控制器的直接数据驱动辨识

王建宏, 朱永红

(景德镇陶瓷学院机电系, 江西 景德镇 333403)

**摘要:**研究闭环条件下非线性系统对象存在时,非线性控制器和线性控制器的数据驱动辨识问题。为避免对非线性系统的建模,对于非线性控制器的设计,将其转化为非线性函数在某基函数展开下的辨识;对于线性控制器的设计,引进虚拟参考反馈校正思想,采用递推最小二乘辨识法来辨识线性控制器参数。在闭环系统结构中,增加关于非线性系统的利普希茨连续性假设,定义非线性系统的有限增益稳定性;推导需保证非线性系统对象的输出为有限增益时,某特定利普希茨常数应满足的不等式条件;给出跟踪误差的上界值。最后利用某仿真算例来验证方法的有效性。

**关键词:**两自由度;直接数据驱动辨识;虚拟参考反馈校正;支持向量机

中图分类号: TP273

文献标志码: A

DOI: 10.16749/j.cnki.jecjtu.2016.05.011

因控制器设计的主要困难是在于需同时考虑控制输入和由反馈带来的外部扰动之间的相互作用性,此相互性使得整个闭环系统中的某些变量间存在耦合现象。为避免此耦合性对控制器性能的影响,常需要引入解耦。对于控制器的设计,常采用基于模型的控制设计策略,即事先假设系统中的被控对象的数学模型是已知的,控制器的设计围绕已知的系统模型来展开<sup>[1]</sup>。在实际的工业控制应用过程中,系统模型的数学描述是很难获得的,获取过程往往需要付出很大的精力和财力。

当被控对象的模型辨识不准确时,可重复建模过程,直至得到满意的模型。此复杂过程可叙述为:模型辨识—模型检验—模型辨识—模型检验—控制器设计。其中模型辨识是属于系统辨识范畴,其过程是仅利用整个闭环系统的输入—输出观测数据对来辨识系统。为简化控制器设计的建模过程,尝试直接利用输入—输出观测数据对设计控制器,绕开系统对象的建模。此思路即为直接数据驱动的含义,即不仅利用数据来驱动整个闭环系统,还让数据来给出合适控制器的大致概貌。

在闭环系统中,当系统对象为非线性形式时,对于非线性控制器的设计,需要深入研究非线性系统的本质;对于线性控制器的设计可采用成熟的方法。文献[1]采用虚拟参考反馈校正思想,将非线性控制器建模成输出观测数据序列的直接加权和形式,采用最优必要条件来辨识加权值。文献[2]采用数据学习法来设计非线性控制器,并在集员辨识框架下,定义多个总体和局部误差来分析闭环系统的稳定性。文献[3]在非线系统满足某些严格块因果形式下,设计虚拟参考反馈式的非线性控制器。文献[4]考虑在噪声存在下,稀疏非线性控制器的重构;文献[5]采用最优化方法分析机械大生产下能源发动机的非线性控制器设计。文献[6]分析可持续智能交通的高速实时非线性控制。文献[7]提出非线性系统的集员辨识;文献[8]考虑非线性系统集员辨识的模型质量评估性;文献[9]分析非线性时间序列的集员预测;文献[10]提出非线性集员辨识的数据滤波设计问题。文献[11]分析非线性函数的稀疏辨识及参数化的集员辨识最优性分析;文献[12]对非线性系统设计直接滤波处理,提出最优滤波器设计方法。所有关于非线性系统的集员辨识及非线性控制器设计都为本文的理论部分打下牢固基础。

收稿日期: 2016-02-23

基金项目: 国家自然科学基金(61563022);江西省重大科技项目(20152ACB20009)

作者简介: 王建宏(1980—),男,副教授,博士后,研究方向为系统辨识与随机预测控制。

研究闭环条件下,非线性系统对象存在时,非线性控制器和线性控制器的数据驱动辨识设计问题。即如何仅利用闭环系统的输入-输出观测数据对直接设计非线性控制器和线性控制器,而无需非线性系统对象的模型。对于非线性控制器的设计,将其转化为非线性函数在某种基函数展开式下的辨识问题。当基函数未知时,对于简化的优化性能指标函数增加关于预测误差的约束条件。对于约束最优化问题,从基-对偶角度考虑其最优解,并分析最优解的统计有偏性。为避免基函数的先验信息,将支持向量机引进非线性系统辨识中。支持向量机在无需施加任何关于动力系统和未知非线性的先验信息下,可辨识估计出目标系统。文献[13]指出支持向量机可看作一种特殊的核函数法,且其核函数可由某些回归矢量构成;文献[14]将此联合法应用于多输入多输出 Hammerstein 模型的参数辨识;文献[15]却将支持向量机与预测误差法相结合,并用以解决复杂动态网络在闭环反馈条件下的参数辨识问题。在非线性的直接数据驱动辨识中,将由线性回归矢量组成的矩阵定义为 Gramian 矩阵,利用统计学习理论<sup>[16]</sup>中的 Mercer 定理,将 Gramian 矩阵表示成无需任何关于回归矢量先验信息下的核函数。对于反馈通道中线性控制器的设计问题,引进虚拟参考反馈校正思想<sup>[17]</sup>,在无需建模非线性系统对象模型条件下,仅仅使用观测数据序列对来保证闭环系统的输出能跟踪某个期望给定的闭环传递函数。对于参数化的 PID 线性控制器,提出采用递推最小二乘辨识法来辨识线性控制器参数<sup>[18]</sup>。在闭环系统结构中,增加对于非线性系统的利普希茨连续性假设<sup>[19]</sup>,定义非线性系统的有限增益稳定性概念;推导出保证非线性系统对象的输出为有限增益稳定性时,某特定利普希茨常数所应满足的不等式条件;给出跟踪误差的上界值。

## 1 问题描述

考虑闭环条件下,前馈非线性控制器和反馈线性控制器同时作用于单输入单输出离散时间非线性系统,其中系统对象和前馈控制器都是未知的非线性形式,反馈控制器是未知的线性形式。两自由度闭环反馈控制系统的结构如图 1 所示。

图 1 中  $S$  表示非线性系统对象模块,  $K_{nl}$  表示前馈非线性控制器,  $K_{lin}$  表示反馈线性控制器,  $u(t)$  表示系统对象的输入变量或两自由度控制器的输出变量,  $y(t)$  表示整个闭环系统的输出变量,  $\varepsilon(t)$  表示作用于系统对象  $S$  的外部干扰量。  $r(t)$  表示整个闭环系统的输入参考信号,  $u_{nl}(t)$  表示非线性控制器  $K_{nl}$  的输出变量,  $u_{lin}(t)$  表示线性控制器  $K_{lin}$  的输出变量,  $\sigma(t)$  表示误差变量或跟踪误差, 其作为反馈线性控制器  $K_{lin}$  的输入变量。

将图 1 中的非线性系统对象模块描述为

$$y(t+1)=g(y(t), u(t), \varepsilon(t)) \quad (1)$$

虽然非线性函数  $g$  是未知的,但  $S$  左右两端的输入和输出变量可在任意的离散时刻处利用物理装置来测取。即可获取的观测数据集为  $\{u(t), y(t)\}_{t=1}^N$ , 其中  $N$  表示观测数据总个数。由图 1 可见  $u(t)$  是由非线性控制器  $K_{nl}$  的输出和线性控制器  $K_{lin}$  的输出相加而得, 即  $u(t)=u_{nl}(t)+u_{lin}(t)$ 。两自由度控制器分别描述为

$$\begin{cases} u_{nl}(t)=K_{nl}(r(t)) \\ u_{lin}(t)=K_{lin}\sigma(t)=K_{lin}(r(t)-y(t)) \end{cases} \quad (2)$$

非线性控制器  $K_{nl}$  位于复合控制中,其目的是用于稳定闭环系统,而线性控制器  $K_{lin}$  位于反馈控制中,通过反馈误差作用来保证降低闭环误差,使闭环系统具有良好的实时跟踪性能。

## 2 非线性控制器的直接数据驱动辨识

### 2.1 模型逆方法的缺点

非线性控制器可直接采用模型逆方法来获取,设非线性函数  $g$  的辨识模型  $\hat{y}(t+1)$  为

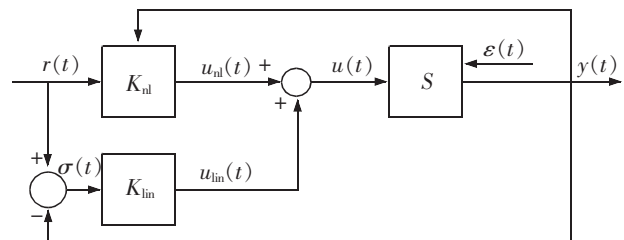


图 1 闭环反馈控制系统结构

Fig.1 Closed loop feedback system structure

$$\hat{y}(t+1)=f(y(t),u(t)) \quad (3)$$

若辨识模型 $\hat{y}(t+1)$ 已获得,非线性控制器 $K_{nl}$ 的输出变量 $u_{nl}(t)$ 可直接利用在线逆关系设计。即通过求解如下的逆关系来设计输出变量 $u_{nl}(t)$

$$\begin{cases} u_{nl}(t)=\arg \min_{u(t)} J(u(t)) \\ J(u(t))=\frac{1}{\rho_y} [r(t+1)-f(y(t),u(t))]^2+\frac{\rho_u}{\rho_y} u^2(t) \end{cases} \quad (4)$$

其中规范常数 $\rho_y$ 和 $\rho_u$ 分别定义为

$$\rho_y=\{12\} \|(y(1) y(2) \cdots y(N))\|_2^2, \rho_u=\|(u(1) u(2) \cdots u(N))\|_2^2$$

$u \geq 0$  为设计参数,用以折中跟踪精度和试验的复杂程度。由式(3)和式(4)可知,模型逆方法是首先利用机理分析或系统辨识方法来得到非线性系统对象模块 $S$ 的辨识估计模型,再分别通过求解各个时刻处的一个最优化问题来得到各个时刻处时的非线性控制器形式 $u_{nl}(t)$ 。但要得到辨识模型 $\hat{y}(t+1)$ 是复杂过程,为此绕开辨识模型 $\hat{y}(t+1)$ ,采用直接数据驱动的方法来设计非线性控制器 $K_{nl}(r(t))$ 。

非线性控制器 $K_{nl}(r(t))$ 的输出变量 $u_{nl}(t)$ 可通过采集装置来获取其集信号,而 $K_{nl}(r(t))$ 的输入变量 $r(t)$ 在某给定期望闭环传递函数 $M$ 下,利用虚拟参考反馈校正思想有

$$y(t)=Mr(t)$$

定义一个虚拟的输入参考变量为

$$r(t)=M^{-1}y(t) \quad (5)$$

利用一族观测数据集 $\{r(t), u_{nl}(t)\}_{t=1}^N = \{M^{-1}y(t), u_{nl}(t)\}_{t=1}^N$ 来直接设计非线性控制器

$$K_{nl}(r(t))=K_{nl}M^{-1}y(t)$$

## 2.2 最小二乘法

对非线性控制器 $K_{nl}(y(t))$ 采用参数化的基函数展开形式为

$$\hat{K}_{nl}(y(t))=\sum_{i=1}^M \theta_i \psi_i(y(t)) \quad (6)$$

式中: $\psi_i$ 为利普希茨连续基函数,系数 $\theta_i \in R$ 为未知待辨识的参数, $M$ 为基函数的总个数。定义如下的未知参数矢量 $\theta$ 和回归矢量 $\varphi(t)$ 为

$$\begin{aligned} \theta &= [\theta_1 \cdots \theta_M]^T \\ \varphi(t) &= [\psi_1(y(t)) \cdots \psi_M(y(t))]^T \end{aligned}$$

式(6)的参数化形式可改写成线性回归形式为

$$u_{nl}(t)=\hat{K}_{nl}(y(t))=\varphi^T(t)\theta+e(t) \quad (7)$$

式中 $e(t)$ 表示预测误差,在采用一组基函数作用下,控制器的设计可转化为一个未知参数矢量 $\theta$ 的辨识。对于式(7)中的辨识,当回归矢量 $\varphi(t)$ 已知时,采用最小二乘法的辨识步骤如下。

### 算法 1

步 1: 首先构造一组已知的基函数族 $\{\psi_i\}_{i=1}^M$ ;

步 2: 采集数据集 $\{u_{nl}(t), y(t)\}_{t=1}^N$ , 定义目标优化准则函数为

$$J_1(\theta)=\frac{1}{N} \sum_{t=1}^N [G]^2 = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N (u_{nl}(t)-\varphi^T(t)\theta)^2 \quad (8)$$

步 3: 通过求解最小化目标准则函数 $J_1(\theta)$ 来得到参数化控制器中的未知参数矢量估计值 $\theta$ , 即

$$\hat{\theta}=\min_{\theta} J_1(\theta) \quad (9)$$

步 4: 选择合适的若干充分不等式条件, 得以保证非线性闭环系统的稳定性。

对于式(9)的最小化运算, 利用最优必要条件可得

$$\frac{\partial J_1(\boldsymbol{\theta})}{\partial \boldsymbol{\theta}} = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N 2(u_{nl}(t) - \boldsymbol{\varphi}^T(t)\boldsymbol{\theta}) \boldsymbol{\varphi}(t) = 0$$

对上式整理可得:未知参数矢量估计值 $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ 为

$$\hat{\boldsymbol{\theta}} = \left[ \sum_{t=1}^N \boldsymbol{\varphi}(t)\boldsymbol{\varphi}^T(t) \right]^{-1} \left[ \sum_{t=1}^N \boldsymbol{\varphi}(t)u_{nl}(t) \right] = \left( \frac{1}{N} \boldsymbol{\Phi}^T \boldsymbol{\Phi} \right)^{-1} \frac{1}{N} \boldsymbol{\Phi}^T \boldsymbol{U}_{nl} \quad (10)$$

其中 $\boldsymbol{U}$ 和 $\boldsymbol{\Phi}$ 分别定义为

$$\boldsymbol{U}_{nl} = [u_{nl}(1) \cdots u_{nl}(N)]^T, \boldsymbol{\Phi} = [\boldsymbol{\varphi}(1) \cdots \boldsymbol{\varphi}(N)]$$

因在算法1的计算过程中,需要已知(6)式的基函数族。若基函数族未知,以至于回归矢量 $\boldsymbol{\varphi}(t)$ 和回归矩阵也是未知的,则算法1的使用已不再适用。为解决基函数族未知下未知参数矢量的辨识,此时可引入支持向量机的概念来近似替换由线性回归矢量的乘积所构成的Grammian矩阵。

### 2.3 最小二乘支持向量机

根据线性回归关系式(7),建立性能指标函数的紧凑形式为

$$J_2(\boldsymbol{\theta}, e) = \frac{1}{2N} \sum_{t=1}^N e(t)^2 + \frac{\gamma}{2} \boldsymbol{\theta}^T \boldsymbol{\theta} = \frac{1}{2N} \|e(t)\|_2^2 + \frac{\gamma}{2} \|\boldsymbol{\theta}\|_2^2 \quad (11)$$

式中: $e(t)$ 为预测误差;标量值 $\gamma > 0$ 为常规参数; $N$ 表示观测数据总个数。未知参数矢量 $\boldsymbol{\theta}$ 可通过如下的最小化问题来求解

$$\begin{aligned} \min_{\boldsymbol{\theta}, e} J_2(\boldsymbol{\theta}, e) \\ \text{subject to } e(t) = u_{nl}(t) - \boldsymbol{\varphi}^T(t)\boldsymbol{\theta}, t=1 \cdots N \end{aligned} \quad (12)$$

对最小化问题式(12)的求解采用最优性必要条件,将预测误差 $e(t)$ 的表达式代入至式(11)中可得

$$J_2(\boldsymbol{\theta}) = \frac{1}{2N} \sum_{t=1}^N (u_{nl}(t) - \boldsymbol{\varphi}^T(t)\boldsymbol{\theta})^2 + \frac{\gamma}{2} \boldsymbol{\theta}^T \boldsymbol{\theta} \quad (13)$$

对式(13)关于未知参数矢量 $\boldsymbol{\theta}$ 求偏导数,并令其等于0,可得

$$\frac{\partial J_2(\boldsymbol{\theta})}{\partial \boldsymbol{\theta}} = 0$$

将上式的偏导关系式展开,整理可得最小值处的参数估计值为

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}_p = \left[ \gamma \boldsymbol{I} + \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \boldsymbol{\varphi}(t)\boldsymbol{\varphi}^T(t) \right]^{-1} \left[ \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \boldsymbol{\varphi}(t)u_{nl}(t) \right] \quad (14)$$

其中: $\boldsymbol{I}$ 表示维数为 $n_\theta$ 的单位矩阵,为简化(13)式中的连加和运算,采用 $\boldsymbol{U}$ 和 $\boldsymbol{\Phi}$ 将(13)式简记为

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}_p = \left( \gamma \boldsymbol{I} + \frac{1}{N} \boldsymbol{\Phi}^T \boldsymbol{\Phi} \right)^{-1} \frac{1}{N} \boldsymbol{\Phi}^T \boldsymbol{U}_{nl} \quad (15)$$

对于由(11)式所得到的参数估计矢量 $\hat{\boldsymbol{\theta}}_p$ ,其统计特性可整理成如下的定理1。

定理1:性能指标函数(11)式的最小二乘解 $\hat{\boldsymbol{\theta}}_p$ 与真实值 $\boldsymbol{\theta}_0$ 间的偏差记为

$$B_{\hat{\boldsymbol{\theta}}} = E(\hat{\boldsymbol{\theta}}_p - \boldsymbol{\theta}_0) \quad (16)$$

其中: $E$ 表示取数学期望运算;偏差 $B_{\hat{\boldsymbol{\theta}}}$ 可表示为

$$\begin{cases} B_{\hat{\boldsymbol{\theta}}} = \left( \gamma \boldsymbol{I} + \frac{1}{N} \boldsymbol{\Phi}^T \boldsymbol{\Phi} \right)^{-1} \gamma \boldsymbol{\theta}_0 + \left( \gamma \boldsymbol{I} + \frac{1}{N} \boldsymbol{\Phi}^T \boldsymbol{\Phi} \right)^{-1} \frac{1}{N} \boldsymbol{\Phi}^T E_0 \\ E_0 = [e_0(1) \cdots e_0(N)]^T \end{cases} \quad (17)$$

为减少偏差的大小,即要使得式(17)的第二项为0,可采用辅助变量 $\xi(t)$ 来实现。此时辅助变量 $\xi(t)$ 的元素应选择得要与观测噪声 $v_0$ 不相关,即要保证有

$$E(\xi(t)e_0(t))=0, t=1 \cdots N$$

在约束最优化理论中,对于约束条件需要采用对偶变量来定义拉格朗日函数。即对于约束最优化问题式(12),构造其对应的拉格朗日函数为

$$L(\boldsymbol{\theta}, e, \boldsymbol{\alpha}) = J_2(\boldsymbol{\theta}, e) - \sum_{t=1}^N \alpha_t (\boldsymbol{\varphi}^T(t) + e(t) - u(t)) \quad (18)$$

其中  $\alpha_t \in R$  为拉格朗日对偶乘子变量,对于(18)式的拉格朗日函数应用广义 KKT 最优性充要条件可得

$$\begin{cases} \frac{\partial L}{\partial e} = \frac{1}{N} e(t) - \alpha_t = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial \alpha_t} = u_{nl}(t) - \boldsymbol{\varphi}^T(t) \boldsymbol{\theta} + e(t) = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial \boldsymbol{\theta}} = \gamma \boldsymbol{\theta} - \sum_{t=1}^N \alpha_t \boldsymbol{\varphi}(t) = 0 \end{cases} \quad (19)$$

对式(19)中的 3 个等式整理可得

$$\begin{cases} \alpha_t = \frac{1}{N} e(t) = 0 \\ u_{nl}(t) = \boldsymbol{\varphi}^T(t) \boldsymbol{\theta} + e(t) \\ \boldsymbol{\theta} = \frac{1}{\gamma} \sum_{t=1}^N \alpha_t \boldsymbol{\varphi}(t), t=1 \cdots N \end{cases} \quad (20)$$

将式(20)中的第 1 个和第 3 个等式都代入至第 2 个等式中可得

$$u_{nl}(t) = \boldsymbol{\varphi}^T(t) \left( \frac{1}{\gamma} \sum_{t=1}^N \alpha_t \boldsymbol{\varphi}(t) \right) + N \alpha_t = \left( N + \frac{1}{\gamma} \sum_{t=1}^N \boldsymbol{\varphi}^T(t) \boldsymbol{\varphi}(t) \right) \alpha_t$$

联合所有的  $t=1 \cdots N$  组成矢量形式为

$$\begin{cases} \mathbf{U}_{nl} = \left( N\mathbf{I} + \frac{1}{\gamma} \boldsymbol{\Phi}^T \boldsymbol{\Phi} \right) \boldsymbol{\alpha} \\ \boldsymbol{\alpha} = [\alpha_1 \cdots \alpha_N]^T \in R^N \end{cases} \quad (21)$$

从式(21)中可解出对偶矢量  $\boldsymbol{\alpha}$  为

$$\boldsymbol{\alpha} = \left( N\mathbf{I} + \frac{1}{\gamma} \boldsymbol{\Phi}^T \boldsymbol{\Phi} \right)^{-1} \mathbf{U}_{nl} = \left( \mathbf{I} + \frac{1}{N\gamma} \boldsymbol{\Phi}^T \boldsymbol{\Phi} \right)^{-1} \frac{\mathbf{U}_{nl}}{N} \quad (22)$$

若对偶矢量  $\boldsymbol{\alpha}$  由式(22)求出后,将式(22)代入至式(20)的第 3 个等式可得参数估计值为

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}_0 = \frac{1}{\gamma} \boldsymbol{\Phi}^T \left( \mathbf{I} + \frac{1}{N\gamma} \boldsymbol{\Phi} \boldsymbol{\Phi}^T \right)^{-1} \frac{1}{N} \mathbf{U}_{nl} = \boldsymbol{\Phi}^T \left( \gamma \mathbf{I} + \frac{1}{N} \boldsymbol{\Phi} \boldsymbol{\Phi}^T \right)^{-1} \frac{1}{N} \mathbf{U}_{nl} \quad (23)$$

通过比较(15)式中的  $\hat{\boldsymbol{\theta}}_p$  与(23)式中的  $\hat{\boldsymbol{\theta}}_0$  可知:虽然两者在形式上有很大的差异,但在凸二次线性等式约束条件下,由强对偶性质可得  $\hat{\boldsymbol{\theta}}_p = \hat{\boldsymbol{\theta}}_0$ 。

当非线性函数在基函数展开形式下,若能估计出  $\hat{\boldsymbol{\theta}}_0$  或  $\hat{\boldsymbol{\theta}}_p$  后,将参数估计值代入至式(6)的基函数中,即可实现非线性系统辨识的最终目的。但由式(15)和式(23)可见,要得到参数估计值需要回归矩阵  $\boldsymbol{\Phi}$  或基函数的先验知识。若基函数  $\psi_i$  先验知识已知,先计算回归矢量  $\boldsymbol{\varphi}(t)$ ,再去构造线性回归矩阵  $\boldsymbol{\Phi}$ ,最后代入参数估计值中。因对偶矢量  $\boldsymbol{\alpha}$  中出现线性回归矩阵  $\boldsymbol{\Phi}$  的内积  $\boldsymbol{\Phi} \boldsymbol{\Phi}^T$ ,定义 Gramian 矩阵  $\mathbf{G}$  为

$$\mathbf{G} = \boldsymbol{\Phi} \boldsymbol{\Phi}^T$$

根据 Mercer 定理<sup>[14]</sup>,Gramian 矩阵  $\mathbf{G}$  在无需  $\boldsymbol{\Phi}$  的显式信息下可用某核函数定义, $\mathbf{G}$  可分解为

$$[\mathbf{G}]_{j,k} = (\boldsymbol{\varphi}(y(j)), \boldsymbol{\varphi}(y(k))) = K(y(j), y(k)) \quad (24)$$

利用所定义的核函数  $K$  来替换  $\mathbf{G}$ ,隐性地表征  $\boldsymbol{\Phi}$ ,即对偶矢量可表示为



$$\alpha = \left( I + \frac{1}{N\gamma} \mathbf{G} \right)^{-1} \frac{\mathbf{U}_{nl}}{N} \quad (25)$$

对于式(6)中的非线性函数  $K_{nl}(y(t))$ , 利用文中的矢量可写成:

$$K_{nl}(y(t)) = \boldsymbol{\varphi}^T(t) \boldsymbol{\theta} \quad (26)$$

再将式(20)的第3个等式代入至式(26), 并利用矢量中的各个具体分量可得:

$$K_{nl}(y(t)) = \boldsymbol{\varphi}^T(y(t)) \frac{1}{\gamma} \sum_{i=1}^N \alpha_i \boldsymbol{\varphi}(t) = \frac{1}{\gamma} \sum_{i=1}^N \alpha_i \boldsymbol{\varphi}^T(t) \boldsymbol{\varphi}(t) \quad (27)$$

再将式(24)中的核函数代入至式(46)中可得

$$K_{nl}(y(t)) = \frac{1}{\gamma} \sum_{i=1}^N \alpha_i K^{(i)}(y(t)) \quad (28)$$

由式(28)和式(18)可见, 当引进支持向量机的核函数后, 非线性函数可表示成核函数的加权和形式。因核函数可直接由输入-输出观测数据对序列  $\{u_{nl}(t), y(t)\}_{t=1}^N$  构成, 加权和形式中起关键逼近作用的量是对偶变量  $\alpha$ 。而对偶变量  $\alpha$  可由式(25)来表示, 且式(25)中的 Gramian 矩阵同样可由所定义的核函数来替换。其具体的最小二乘支持向量机辨识过程可归纳如下。

#### 算法 2

给定模型阶次  $M$ , 数据集  $\{u_{nl}(t), y(t)\}_{t=1}^N$ , 规范参数  $\gamma$ , 径向基函数核  $\{K\}$ ;

步 1: 令  $\tau \leftarrow 0$ ;

步 2: 根据(24)式经核函数  $K$  来计算 Gramian 矩阵  $\mathbf{G}$ ;

步 3: 经(22)式估计对偶矢量  $\alpha^{(0)}$ ;

步 4: 重复过程;

步 5:  $\tau \leftarrow \tau + 1$ ;

步 6: 再次利用额外采集到的数据集  $\{u(t), y(t)\}$ , 以步 5 计算出来的对偶矢量估计值作为初始值, 经(25)式估计对偶矢量  $\alpha^{(\tau)}$ ;

步 7: 重复步 6 过程, 直至  $\alpha^{(\tau)}$  收敛或变化的范围非常小;

步 8: 联合步 7 得到的收敛矢量  $\alpha$  和给定的径向基函数核  $\{K\}$ , 经式(28)确定非线性控制器的核函数加权和形式;

将式(28)中的  $y(t)$  替换成  $M^{-1}y(t)$  即得非线性控制器  $K_{nl}(M^{-1}y(t))$ 。

### 3 线性控制器的直接数据驱动辨识

对于反馈线性控制器  $K_{lin}$  的设计, 采用虚拟参考反馈校正思想, 利用线性控制器  $K_{lin}$  两端的采集观测序列来校正线性控制器。根据虚拟参考反馈校正的思想, 将图 1 所示的闭环反馈系统抽取处局部相关的部分, 该局部部分仅包含线性控制器  $K_{lin}$  和非线性系统对象模块  $S$  的闭环部分结构见图 2 所示。

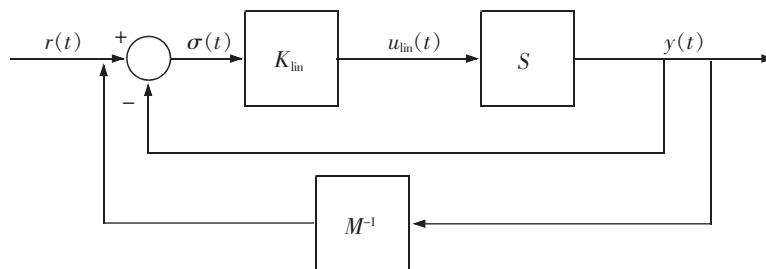


图 2 虚拟参考闭环反馈系统结构

Fig.2 Virtual reference closed loop feedback system structure

图 2 中包含给定期望的闭环传函  $M$ , 当采集输出数据  $y(t)$ , 可定义一个虚拟的参考信号  $\bar{r}(t)$  使得

$$y(t) = M\bar{r}(t) \quad (29)$$

定义参考跟踪误差为

$$\sigma(t) = \bar{r}(t) - y(t) = (M^{-1} - 1)y(t) \quad (30)$$

将此参考跟踪误差应用于虚拟试验中控制器  $K_{lin}$  的输出信号为

$$u_{lin}(t) = K_{lin}\sigma(t) \quad (31)$$

由图 1 可知,  $u_{lin}(t)$  可表示为

$$u_{lin}(t) = u(t) - u_{in}(t) = \delta u(t) \quad (32)$$

控制器  $K_{lin}$  的输入和输出数据分别为  $\sigma(t)$  和  $\delta u(t)$ 。线性控制器  $K_{lin}$  的参数化形式可取为

$$K_{lin}(\eta) = \beta^T \eta \quad (33)$$

$$\beta = [\beta_1 \beta_2 \cdots \beta_n]^T, \eta = [\eta_1 \eta_2 \cdots \eta_n]^T$$

式中:  $\beta$  表示两已知的线性离散时间传递函数矢量;  $\eta$  表示维数为  $n$  的未知参数矢量。利用输入和输出观测数据  $\{\sigma(t), \delta u(t)\}_{t=1}^N$  和参数化线性控制器形式式(33), 可通过如下的优化问题来求解未知的参数矢量  $\eta$

$$\min J_{VR}^N(\eta) = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N [\delta u(t) - K_{lin}(\eta)\sigma(t)]^2 = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N [\delta u(t) - K_{lin}(\eta)[M^{-1} - 1]y(t)]^2 \quad (34)$$

式中的未知参数矢量  $\eta$  可采用常见的最小二乘法来辨识为

算法 3

$$\begin{cases} \eta = \left( \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N [(M^{-1} - 1)y(t)\beta^T] [ * ]^T \right)^{-1} \times \left( \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N [ * ] \delta u(t) \right) \\ [ * ] = (M^{-1} - 1)y(t)\beta^T \end{cases} \quad (35)$$

式中对应的递推最小二乘辨识算法为

算法 4

$$\begin{cases} \hat{\eta}(t) = \hat{\eta}(t-1) + L(t) [\delta u(t) - [ * ] \hat{\eta}(t-1)] \\ L(t) = \frac{P(t-1) [ * ]}{1 + [ * ]^T P(t-1) [ * ]} \\ P(t) = P(t-1) - \frac{P(t-1) [ * ] [ * ]^T P(t-1)}{1 + [ * ]^T P(t-1) [ * ]} \end{cases} \quad (36)$$

## 4 闭环稳定性分析

将图 1 所示的非线性闭环反馈系统描述为

$$\begin{cases} y(t+1) = g(y(t), u(t), \varepsilon(t)) \\ u(t) = u_{lin}(t) + u_{nl}(t) \\ u_{nl}(t) = K_{nl}(r(t), y(t), u_{nl}(t-1)) \\ u_{lin}(t) = K_{lin}(r(t) - y(t), u_{lin}(t-1)) \end{cases} \quad (37)$$

式中非线性控制器  $K_{nl}$  和线性控制器  $K_{lin}$  均为满足利普希茨连续性的两函数, 且非线性函数  $g$  页满足该利普希茨连续性。在利普希茨连续的假设条件下, 非线性函数  $g$  可描述为

$$g(y(t), u(t), \varepsilon(t)) = g_0(y(t), u(t), g_\varepsilon \varepsilon(t))$$

其中

$$g_0(y(t), u(t)) = g(y(t), u(t), 0); \| g_\varepsilon \varepsilon(t) \|_\infty \leq \gamma_\varepsilon$$

定义残差函数为

$$\Delta(y(t), u(t)) = g_0(y(t), u(t)) - f(y(t), u(t)) \quad (38)$$

残差函数也满足利普希茨连续性,即存在一个非负常数  $\gamma_y$  使得,对于不同的  $y$  和  $y'$  有

$$\|\Delta(y,u)-\Delta(y',u)\| \leq \gamma_y \|y-y'\| \quad (39)$$

为分析非线性闭环反馈系统的稳定性能,首先需给出有限增益稳定性的概念定义。

**定义 1** 在输入  $u(t)$ , 输出  $y(t)$  和噪声  $\varepsilon(t)$  下,非线性系统为有限增益稳定的条件是:存在有限的非负常数  $\Gamma_u, \Gamma_\varepsilon$  和  $\Lambda$  使得成立

$$\|y\|_\infty \leq \Gamma_u \|u\|_\infty + \Gamma_\varepsilon \|\varepsilon\|_\infty + \Lambda \quad (40)$$

根据式(3)可见:在式(37)所示的非线性控制器和线性控制器的直接数据驱动辨识形式下,得到一个以  $y(t)$  和  $r(t)$  为输入,  $\hat{y}(t)$  为输出的动态系统,且该动态系统在定义 1 的基础上满足有限增益稳定性,即存在三个有限非负常数  $\Gamma_y, \Gamma_r$  和  $\Lambda_f$  使得成立

$$\|\hat{y}\|_\infty \leq \Gamma_y \|y\|_\infty + \Gamma_r \|r\|_\infty + \Lambda_f \quad (41)$$

利用上述定义和多个不等式条件下,非线性闭环反馈系统的有限增益稳定性的相关结果可归纳为定理 2。

**定理 2** 对于任意的初始条件  $y(0)$ , (37) 式所代表的两自由度控制器的非线性闭环反馈系统满足有限增益稳定性的充分条件是

$$\Gamma_y + \gamma_y < 1 \quad (42)$$

此时非线性闭环反馈系统的输出特性满足不等式

$$\begin{cases} \|y\|_\infty \leq \frac{1}{1-\Gamma_y-\gamma_y} (\Gamma_r \|r\|_\infty + \gamma_\varepsilon \|\varepsilon\|_\infty + \Lambda_1) \\ \Lambda_1 = \Lambda_f + \max \|\Delta(0,u)\|_\infty \end{cases} \quad (43)$$

**证明** 将图 1 所示的反馈系统输出描述为

$$\begin{cases} y(t+1) = g(y(t), u(t), \varepsilon(t)) = \hat{y}(t+1) + \delta y(t) \\ \hat{y}(t+1) = f(y(t), u(t)) \\ \delta y(t) = \Delta(y(t), u(t)) + g_\varepsilon \varepsilon(t) \end{cases} \quad (44)$$

对式(43)左右两端同时取范数可得到不等式

$$\|y(t+1)\|_\infty \leq \|\hat{y}(t+1)\|_\infty + \|\delta y(t)\|_\infty \leq \Gamma_y \|y\|_\infty + \Gamma_r \|r\|_\infty + \Lambda_f + \|\delta y(t)\|_\infty \quad (45)$$

考虑残差函数

$$\|\Delta(y(t), u(t))\|_\infty - \|\Delta(0, u(t))\|_\infty \leq \|\Delta(y(t), u(t)) - \Delta(0, u(t))\|_\infty \leq \gamma_y \|y(t)\|_\infty \quad (46)$$

将式(46)代入至式(44)的第三个等式中可得

$$\|\delta y(t)\|_\infty = \|\Delta(y(t), u(t))\|_\infty + \gamma_\varepsilon \|\varepsilon(t)\|_\infty \leq \gamma_y \|y(t)\|_\infty + \gamma_\varepsilon \|\varepsilon(t)\|_\infty + \max \|\Delta(0, u)\|_\infty \quad (47)$$

将式(47)代入至式(45)中可得

$$\|y(t+1)\|_\infty \leq \Gamma_y \|y(t)\|_\infty + \Gamma_r \|r\|_\infty + \Lambda_f + \gamma_y \|y(t)\|_\infty + \gamma_\varepsilon \|\varepsilon(t)\|_\infty + \max \|\Delta(0, u)\|_\infty \quad (48)$$

因式(48)对所有的都成立,即有

$$\|y\|_\infty \leq \Gamma_y \|y\|_\infty + \Gamma_r \|r\|_\infty + \Lambda_f + \gamma_y \|y\|_\infty + \gamma_\varepsilon \|\varepsilon\|_\infty + \max \|\Delta(0, u)\|_\infty \quad (49)$$

对上式整理要得到式(43)的充分条件是

$$1 - \Gamma_y - \gamma_y > 0, \Gamma_y > 0, \gamma_y > 0$$

## 5 仿真算例

考虑图1所示的两自由度控制器的闭环反馈控制系统结构框图。非线性系统对象描述为

$$y(t) = -0.8u(t-1) + f(u(t)) + \varepsilon(t)$$

非线性函数  $f$  定义为

$$f^0(x) = 2x^2$$



前馈非线性控制器  $K_{nl}$  定义为

$$u_{nl}(t)=K_{nl}(r(t))=\begin{cases} 1 & r(t)\geq 1 \\ r(t) & -1\leq r(t)\leq 1 \\ -1 & r(t)\leq -1 \end{cases}$$

线性控制器  $K_{lin}$  定义为

$$u_{lin}(t)=K_{lin}\sigma(t)=K_{lin}(r(t)-y(t))=[\sigma(t) \quad \sigma(t-1) \quad \sigma(t-2) \quad \sigma(t-3) \quad \sigma(t-4)] \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \\ \theta_4 \\ \theta_5 \end{bmatrix}$$

两自由度控制器的设计问题转化为前馈非线性控制器  $K_{nl}$  中的分段函数的辨识和线性控制器  $K_{lin}$  中的 5 个未知参数估计值的辨识。 $\varepsilon(t)$  为白噪声,采集观测数据集  $\{u(k), y(k)\}_{k=1}^N$ ,系统利用  $N=1\ 000$  个白色伪随机二元输入序列来激励,激励的初始条件取为 0 值。参数化前馈非线性控制器为:  $u_{nl}(t)=\eta_1\varphi_1^T(r(t))+\eta_2r(t-1)$ 。

其中函数  $\varphi_1(y(t))$  显式地定义为  $y(t)$  的函数形式。特征映射  $\varphi_1$  先验未知,采用径向基函数核来代表非线性。因仿真的作用是表征核函数下非线性系统的辨识精度,对于参数化的前馈非线性控制器,采用步 1 到步 8 的辨识算法。在算法的实施过程中,径向基函数与其中的两参数  $\sigma_2$  可用于估计基函数  $\varphi_1$ 。此时可令参数为:  $\sigma_2=1.5$ 。

仿真过程中,因基函数  $\varphi_1$  是显式地固定的,参数  $\eta_2$  可直接辨识,而参数  $\eta_1$  却无法直接估计,且仅函数  $K_{nl}=\eta_1\varphi_1^T$  可计算出来。利用径向基函数和由步 7 得到的对偶矢量直接将非线性函数表示成核函数加权和形式。其中核函数加权和形式与其实际形式间的比较如图 3 所示。由此图可知,辨识曲线可近似地逼近于原实际曲线。此即表明,辨识估计的核函数加权和形式可无限地逼近原非线性函数。

线性控制器  $K_{lin}$  为常见 PID 控制器,其共含有 5 个未知参数值需要辨识估计出来。对于由虚拟参考反馈校正控制下的优化问题式(34),利用文中递推辨识估计算法来不断地进行迭代求解。在迭代算法的初始化时,选取初始值都为 0。5 个未知参数估计值随着迭代步骤次数的变化过程见图 4 所示,从图 4 可知:当迭代次数增大到 45 次迭代时,各个具体的参数值将无限地趋近于它们各自对应的真实值。

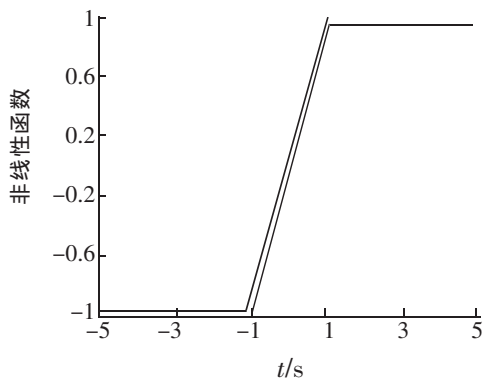


图 3 非线性函数的辨识估计

Fig.3 The identification estimation of nonlinear function

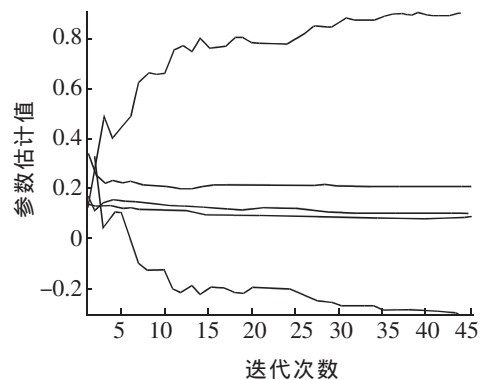


图 4 5 个未知参数估计的收敛曲线

Fig.4 Convergence curves of five unknown parameter estimations

## 6 结语

将非线性控制器和线性控制器同时存在于非线性闭环系统中,为避免对非线性系统的建模,考虑两自由度控制器的直接数据驱动辨识。通过采集观测数据采用基函数法和最小二乘法来设计两控制器,并分析非线性闭环系统满足有限增益稳定性的充分条件。因线性控制器的施加是保证闭环跟踪误差始终为零,因此可深入分析闭环跟踪误差的误差边界。

### 参考文献:

- [1] 王建宏. 故障估计下子空间预测控制的快速梯度算法[J]. 上海交通大学学报:自然科学版,2013,47(7):1015-1021.
- [2] 王建宏. 基于先进辨识的控制策略研究及其应用[D]. 南京:南京航空航天大学,2011.
- [3] 孟新宇,王道波. 频域响应函数估计的非参数辨识法[J]. 振动与冲击,2013,46(1):81-93.
- [4] 王建宏. 闭环系统的虚拟参考反馈校正控制及迭代最小辨识[J]. 系统工程理论与实践,2014,34(5):1256-1266.
- [5] FAGIANO L. Optimization of airborne wind energy generators[J]. International Journal of Robust and Nonlinear Control,2012,22(8):2055-2083.
- [6] FAGIANO L. High altitude wind energy for sustainable marine transportation[J]. IEEE Transactions on Intelligent Transportation,2012,13(2):781-791.
- [7] MILANESE M. Set membership identification of nonlinear systems [J]. Automatica,2004,40(6):957-975.
- [8] MILANESE M. Model quality in identification of nonlinear systems[J]. IEEE Transactions of Automatic Control,2006,50(10):1606-1611.
- [9] MILANESE M. Set membership prediction of nonlinear time series[J]. IEEE Transactions of Automatic Control,2006,50(11):1655-1669.
- [10] MILANESE M. The filter design from data problem: nonlinear set membership approach[J]. Automatica,2009,45(10):2350-2357.
- [11] NOVARA C. Sparse identification of nonlinear functions and parametric set membership optimality analysis[J]. IEEE Transactions of Automatic Control,2012,57(12):3236-3241.
- [12] NOVARA C. Direct filtering: a new approach to optimal filter design for nonlinear systems [J]. IEEE Transactions of Automatic Control,2013,58(1):86-99.
- [13] PILLONETTO G. A new kernel based approach for linear system identification[J]. Automatica,2010,46(1):81-93.
- [14] PILLONETTO G. Kernel methods in system identification, machine learning and function estimation: a survey[J]. Automatica,2014,50(3):657-682.
- [15] BAI ER WEI. Kernel based approaches to local nonlinear nonparametric variable selection[J]. Automatica,2014,50(1):100-113.
- [16] MULDER ANNE VAN. Identification of systems with localised nonlinearity: from state space to block structured models[J]. Automatica,2013,49(5):1392-1396.
- [17] NOVARA C. Direct feedback control for nonlinear system[J]. Automatica,2013,49(4):849-860.
- [18] CAMOI M. Direct nonlinear control design: the virtual reference feedback tuning approach[J]. IEEE Transactions of Automatic Control,2006,51(1):14-127.
- [19] DONOBO D. Recovery of space over complete representation in the presence of noise[J]. IEEE Transactions on Information Theory,2006,52(1):6-19.

## Direct Data-driven Identification for Controllers with Two Degrees of Freedom

Wang Jianhong, Zhu Yonghong

(School of Mechanical and Electronic Engineering, Jingdezhen Ceramic Institute, Jingdezhen 333403, China)

**Abstract:** In closed loop structure, the problems of direct data driven identification about nonlinear controller and linear controller are studied when one nonlinear plant exists. Without identifying the nonlinear plant, the problem of designing the nonlinear controller is changed to the nonlinear system identification under one basis function expansion. For devising the closed loop linear controller, this paper introduces the virtual feedback tuning idea to identify the parameters of linear controller by using recursive least squares method. In closed loop structure, one Lipschitz continuous assumption of the nonlinear system is added and one finite gain stability notion is defined. Then some inequalities about Lipschitz constants are derived to guarantee that the nonlinear system's output is finite gain stable. Finally, it verifies the efficiency of the proposed strategy by the simulation example results.

**Key words:** two degrees of freedom; direct data driven identification; virtual reference feedback tuning; support vector machine

(责任编辑 姜红贵)

(上接第 44 页)

## Research on School Bus Operation Management Based on Heuristic Algorithm

Geng Yang, Zheng Changjiang, Li Lili

(School of Civil and Transportation Engineering, Hohai University, Nanjing 210098, China)

**Abstract:** With the development of social economy, pressure from road traffic is increasing and travel safety issues are getting more and more attention, especially students' safety in school commuting. With the concept of "school bus", this paper puts forward an intensive operation thought which is led by government and relies on bus company's unified scheduling. Through heuristic algorithm and computer programming technology, driving program is established. Finally, the intensive operation mode is applied to optimize the operation plan of school bus for some non-governmental schools in Tianhe District, Guangzhou.

**Key words:** school bus; heuristic scheduling model; intensive operation; optimization and improvement

(责任编辑 姜红贵)