

文章编号:1005-0523(2018)01-0027-05

钢结构单轴对称压弯构件在横向荷载作用下的弯曲性能分析

杨敬林, 汤 峰

(湖南农业大学工学院, 湖南 长沙 410128)

摘要: 钢结构稳定性能是决定其承载力的一个重要因素, 因而稳定问题是钢结构设计中的不容忽视的重要问题。对于压弯构件, 如果设计或构造措施上处理不当, 可能会使钢结构出现整体失稳或局部失稳, 导致结构破坏, 因此分析和探讨钢结构的稳定性问题在工程实践中有着重要意义。本文研究钢结构单轴对称压弯构件在横向均布荷载和集中荷载作用下简支梁的弯曲性能, 分析了简支钢梁在两种荷载作用下的内力和变形分析, 为钢结构稳定性设计提供一些设计参考。

关键词: 钢结构; 单轴对称; 压弯构件; 弯曲性能

中图分类号: TU391; TU311.2

文献标志码: A

稳定性设计是钢结构设计中的一项重要内容。在各种类型的钢结构设计中, 稳定性问题会经常遇到。对于压弯构件, 如果设计或技术上处理不当, 可能会使钢结构出现整体失稳或局部失稳, 导致结构破坏^[1]。钢结构的稳定性问题又不同于强度问题, 钢结构的强度问题是指结构或者单个构件在稳定平衡状态下荷载所引起的最大应力是否超过材料的强度, 属于应力问题, 而其稳定性主要是找出外荷载与结构内部抗力间的不稳定平衡状态(即变形开始急剧增长的状态), 从而设法避免进入该状态, 属于变形问题^[2-5]。因此本文通过研究钢结构压弯构件在横向均布荷载和集中荷载作用下简支梁的弯曲性能为钢结构稳定性设计提供些许设计参考和建议。

在钢结构设计中, 稳定性问题是经常遇到的问题, 例如, 钢柱在偏心压力作用下, 会使柱子既承受压力又会产生弯矩作用; 在格构式下弦杆也承受压力和弯矩作用, 这些都会使压弯杆件出现较大变形和弯矩, 可能引起钢结构构件提前屈服破坏^[6-7]。基于压弯构件在钢结构设计中的广泛应用, 稳定性又是钢结构设计中的一项重要内容, 本文对两端铰支的钢结构压弯构件在横向均布荷载和横向集中荷载两种工况下钢结构简支梁的弯曲性能进行研究, 为钢结构压弯构件设计计算提供参考。

1 横向荷载作用下压弯构件弯曲性能

1.1 横向均布荷载作用下

图 1(a)所示在均布荷载 q 作用下两端铰支的压弯构件, 截面刚度 EI , 计算跨度 l , 两端轴向压力 N , 假定截面材料完全弹性。取隔离体图 1(b), 在距左端 x 处截面的内力矩 $M_i = -EI\ddot{y}$, 外力矩 $M_e = N_y + \ddot{y}$, 其平衡方

收稿日期: 2017-08-02

基金项目: 国家自然科学基金项目(31401951)

作者简介: 杨敬林(1978—), 男, 讲师, 硕士, 研究方向为结构动力学。

通讯作者: 汤峰(1982—), 男, 讲师, 硕士, 主要从事混凝土结构材料研究。

程为^[8]

$$EI\ddot{y} + Ny = \frac{qx(x-l)}{2}$$

令 $k^2 = \frac{N}{EI}$, 则有

$$\ddot{y} + k^2y = \frac{qx(x-l)}{2EI} \quad (1)$$

上述方程(1)的特解可写为 $y^* = c_1x^2 + c_2x + c_3$, 代入方程(1)后有

$$(Nc_1 - \frac{q}{2})x^2 + (Nc_2 - \frac{ql}{2})x + Nc_3 + 2EIc_1 = 0$$

上式恒等可得

$$c_1 = \frac{q}{2N}, c_2 = \frac{ql}{2N}, c_3 = \frac{EIq}{N^2}$$

方程(1)对应的齐次线性方程 $\ddot{y} + k^2y = 0$ 的通解可写作 $y = A \sin kx + B \cos kx$, 由边界条件 $y(0) = 0, y(l) = 0$ 得

$$y(x) = \frac{q}{k^4EI} (\tan \frac{kl}{2} \sin kx + \cos kx - 1) - \frac{qx}{2k^2EI} (l-x) \quad (2)$$

在 $x = \frac{l}{2}$ 处构件有最大挠度 y_{max} , 令 $u = \frac{kl}{2}$, 可得

$$y_{max} = \frac{5ql^4}{384EI} \left[\frac{12(2 \sec u - u^2 - 2)}{5u^4} \right] = y_0 \left[\frac{12(2 \sec u - u^2 - 2)}{5u^4} \right] \quad (3)$$

式中, $y_{max} = \frac{5ql^4}{384EI}$ 为均布荷载作用下简支梁的最大挠度, 即当 $N=0$ 时由式(3)得到的最大值, 式(3)括号内的

值则为考虑轴向压力后最大挠度的放大系数。若将 $\sec u$ 展开为幂级数, 并令 β_0 为结构效应系数, $N_E = \frac{\pi^2 EI}{l^2}$,

则

$$\beta_0 = \frac{y_{max}}{y_0} = \frac{1}{1 - N/N_E}$$

在构件中点的最大弯矩为

$$M_{max} = \frac{ql^2}{8} + Ny_{max} = \frac{ql^2}{8} \left[1 + \frac{5Nl^4}{48EI(1 - N/N_E)} \right] = M_0 \left[\frac{1}{1 - N/N_E} \right] \approx \beta_0 M_0 \quad (4)$$

式中, $M_0 = \frac{ql^2}{8}$ 为均布荷载作用下简支梁的最大弯矩, 此时 β_0 也称为弯矩放大系数, 用以考虑轴心压力的二阶效应^[9]。

1.2 横向集中荷载作用下

图 2(a) 所示在跨中集中荷载 F 作用下两端铰支的压弯构件, 截面刚度 EI , 计算跨度 l , 两端轴向压力 N , 假定截面材料完全弹性。取隔离体图 2(b), 当

$0 < x < \frac{l}{2}$ 时, 其平衡方程为

$$EI\ddot{y} + Ny = -\frac{Fx}{2}$$

按照前述同样的推导方法可得挠度方程

$$y(x) = \frac{F}{2Nk} (\sec u \sin kx - kx)$$

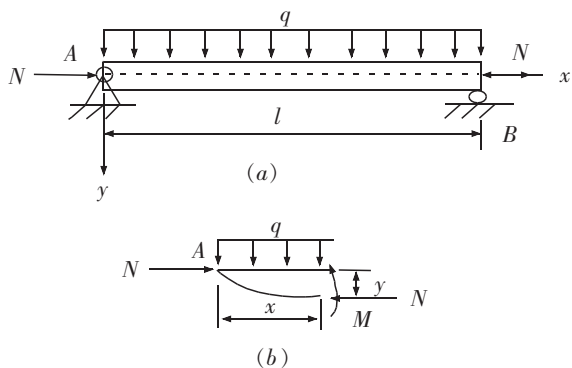


图 1 均布荷载作用的压弯构件

Fig.1 Beam column under uniformly distributed load

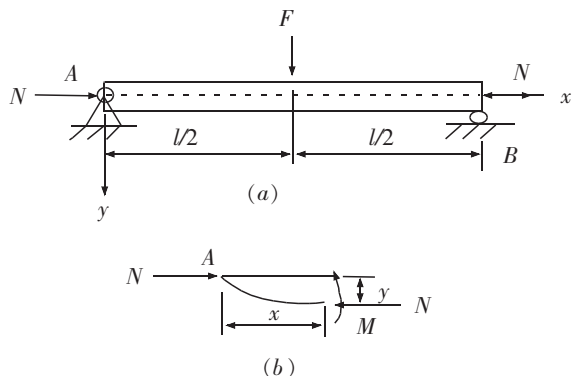


图 2 跨中集中荷载作用的压弯构件

Fig.2 Beam column under mid-span concentrated load

同理,当 $x=\frac{l}{2}$ 时,跨中最大挠度为

$$y_{\max} = \frac{Fl}{4Nu} (\tan u - u) = \frac{Ql^3}{48EI} \times \frac{3}{u^2} (\tan u - u) = y_0 \frac{3(\tan u - u)}{u^3} \quad (5)$$

式中, $y_0 = \frac{Fl^3}{48EI}$ 为均布荷载作用下简支梁的最大挠度,将 $\tan u$ 展开为幂级数,可有

$$\beta_0 = \frac{y_{\max}}{y_0} = \frac{1}{1 - N/N_E}$$

跨中最大弯矩

$$M_{\max} = \frac{Fl}{4} + Ny_{\max} = \frac{Fl}{4} \left[1 + \frac{Nl^2}{12EI(1 - N/N_E)} \right] \approx M_0 \left[\frac{1 - 0.2N/N_E}{1 - N/N_E} \right] \quad (6)$$

$$\beta_1 = \frac{M_{\max}}{M_0} = \frac{1 - 0.2N/N_E}{1 - N/N_E}$$

式中, $M_0 = \frac{Fl}{4}$ 为集中荷载作用时简支梁的最大弯矩,弯矩放大系数为 β_1 ,用以考虑轴心压力的二阶效应^[10]。

2 实例分析

从前面式(3)~式(6)可以看出,压弯构件跨中最大挠度 y_{\max} 和最大弯矩 M_{\max} 分别与 q 和 F 呈线性关系,即当均布荷载 q 和集中荷载 F 逐渐增大时,压弯构件跨中最大挠度 y_{\max} 和最大弯矩 M_{\max} 呈线性增大。当 N 接近于 N_E 时, y_{\max} 将趋向于无限大,此时压弯构件的抗弯能力消失,说明压弯构件压力的增大将导致压弯构件抗弯刚度的下降。

计算压弯构件的内力及变形。压弯构件截面用 I10 制作,两端铰接,计算长度 $l_0=3.3$ m, Q235 钢材,构件的受荷载和其他条件分两种工况进行实例计算。

工况 1: 轴线压力 $N=16$ kN, 横向均布荷载 $q=10$ kN/m, 横向集中荷载 $F=33$ kN。

工况 2: 轴线压力 $N=32$ kN, 横向均布荷载 $q=20$ kN/m, 横向集中荷载 $F=66$ kN。

两种工况均将其自重考虑在内。截面参数 $A=14.3$ cm², $I_x=245$ cm⁴, $W_x=49$ cm³。计算结果见图 3 所示。

从图 3 可以看出,压弯构件在横向均布荷载和横向集中荷载作用下,荷载总大小相同时,即 $F=ql_0$,压弯构件在集中荷载作用下的变形非常明显;另外压弯构件截面挠度随外荷载的增大而逐渐增大,当外荷载增加至两倍时,跨中挠度也几乎增大两倍,挠度变形受外荷载的影响极大;同时在其他条件保持不变时,仅仅增大轴向压力时,压弯构件的变形也只是略有减少,变化不明显。因此,压弯构件的挠曲线的变化受多方面因素的影响,其中,荷载的集中程度及作用位置和横向荷载的大小是其主要因素,不容忽视。

表 1 压弯构件在各种荷载工况下的最大挠度与最大弯矩比较

Tab.1 Comparison of maximum deflection and bending moment of beam column under various working conditions

| 荷载工况 | 压弯构件 | | | | | |
|------------------------|-----------|----------------|---------|---------------|--------------------|---------|
| | y_0 /mm | y_{\max} /mm | 变化率/% | M_0 /(kN·m) | M_{\max} /(kN·m) | 变化率/% |
| $N=16$ kN, $q=10$ kN/m | 30.595 8 | 31.708 6 | 1.1128 | 13.612 5 | 14.162 5 | 0.55 |
| $N=16$ kN, $q=20$ kN/m | 61.191 5 | 63.417 2 | 2.225 7 | 27.225 | 28.324 9 | 1.099 9 |
| $N=32$ kN, $q=10$ kN/m | 30.595 8 | 32.905 1 | 2.309 3 | 13.612 5 | 14.867 4 | 1.254 9 |
| $N=32$ kN, $q=20$ kN/m | 61.191 5 | 65.810 3 | 4.618 8 | 27.225 | 29.734 7 | 2.509 7 |
| $N=16$ kN, $F=33$ kN | 48.953 2 | 50.704 4 | 1.751 2 | 27.225 | 28.105 | 0.88 |
| $N=16$ kN, $F=66$ kN | 97.906 4 | 101.409 | 3.502 6 | 54.450 | 56.209 9 | 1.759 9 |
| $N=32$ kN, $F=33$ kN | 48.953 2 | 52.587 2 | 3.634 | 27.225 | 29.232 8 | 2.007 8 |
| $N=32$ kN, $F=66$ kN | 97.906 4 | 105.174 | 7.267 6 | 54.450 | 58.465 6 | 4.015 6 |

注: 1. $N_E=145.598$ kN, 表中轴向压力 $N < N_E$ 。 2. y_0 和 M_0 均为简支梁相对应的跨中最大挠度和最大弯矩。

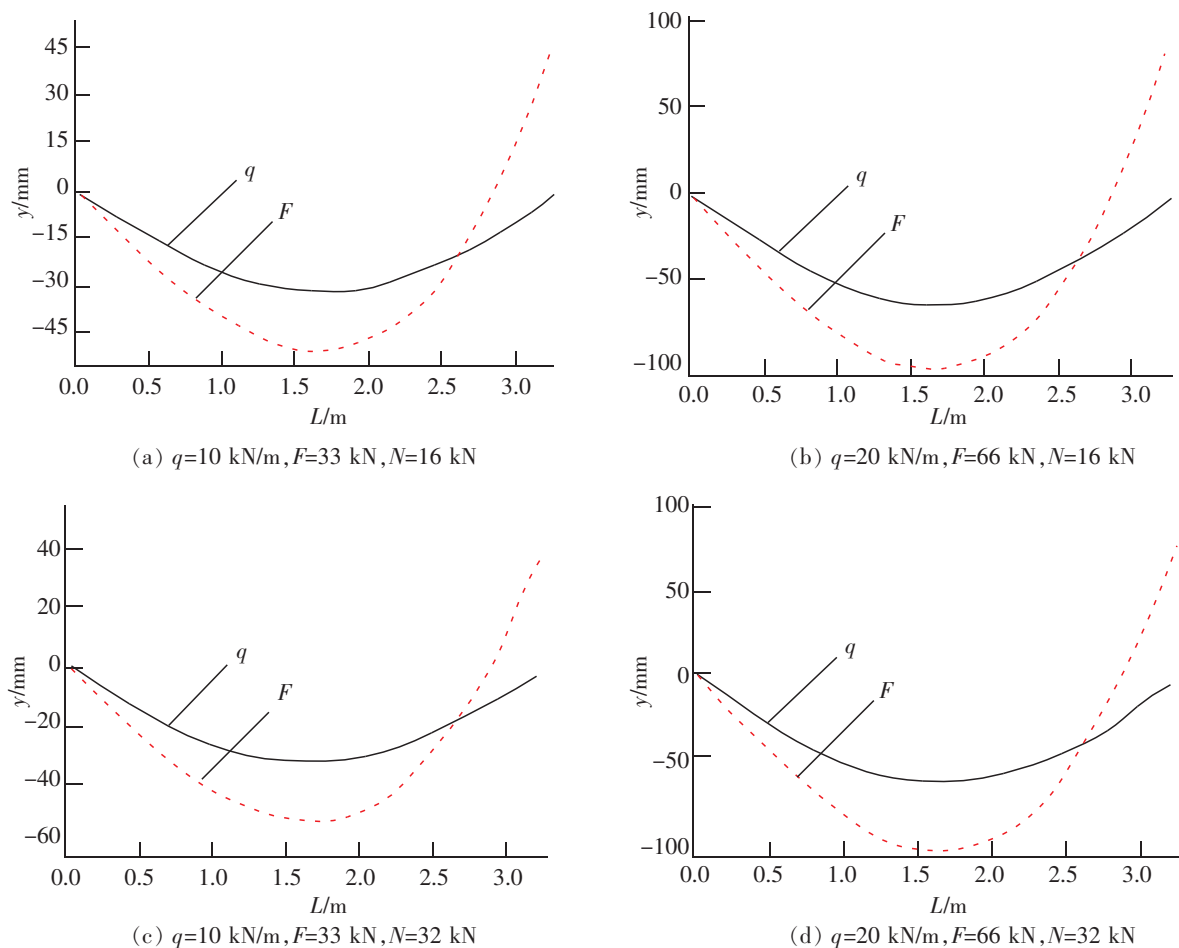


图3 两种工况条件下压弯构件截面挠曲线

Fig. 3 Section deflection curves of beam-column under two working conditions

表1为压弯构件在各种工况下的最大挠度和最大弯矩值的比较。表1数据表明,当压弯构件轴向力荷载保持不变时,横向荷载越大,压弯构件跨中最大挠度和最大弯矩也越大;当压弯构件横向荷载保持不变时,轴向压力越大,压弯构件跨中最大挠度和最大弯矩也越大,主要原因是压弯构件的抗弯刚度是随构件轴向压力的增大而不断减少的,这与前面分析的结论是一致的。

3 结论

以钢结构单轴对称压弯构件为研究对象,探讨了压弯构件的挠曲线方程及跨中最大弯矩及挠度的计算公式,通过数值实例计算,比较分析得出以下结论。

- 1) 在相同条件下,压弯构件承受荷载集中程度越大,其挠度变形也就相应越大;
- 2) 当其他条件相同时,压弯构件承受的外荷载越大,其挠度变形增大相应增大较明显;
- 3) 当其他条件相同时,轴向压力对构件的变形只略有减少,变化不明显。
- 4) 当其他条件相同时,压弯构件的抗弯刚度随构件轴向压力的增大而不断减少。

因此,在今后的钢结构压弯构件设计中必须考虑以上因素,以提高结构可靠度。

参考文献:

- [1] 陈绍蕃. 钢压弯构件空间失稳的几个方面[J]. 西安冶金建筑学院学报, 1990, 22(1): 1-10.
- [2] 秦桦, 郭成喜. 单轴对称工字型截面悬臂钢梁在横向荷载作用下的整体稳定性研究[J]. 工程力学, 2009, 26(9): 152-155.
- [3] 汪震. 钢结构压弯构件稳定承载力分析的实用方法[D]. 武汉: 武汉理工大学, 2008: 6-18.
- [4] 张静华, 魏军扬. DQ 法求解 FGMLevinson 梁的静态弯曲问题[J]. 华东交通大学学报, 2014, 31(3): 80-87.
- [5] 林定远. 用拉普拉斯变换求梁的内力和变形[J]. 华东交通大学学报, 2004, 21(4): 129-131.
- [6] 田兴运. 扭矩对受弯和压弯钢构件整体稳定性的影响[J]. 工程力学, 2010, 27(6): 106-112.
- [7] 郭广健, 赵建超. 单向压弯双肢格构式构件稳定性分析[J]. 安徽建筑, 2012(6): 155-156.
- [8] 陈骥. 钢结构稳定理论与设计[M]. 北京: 科学出版社, 2014: 31-37.
- [9] 苏明周, 申跃奎. 钢结构稳定原理[M]. 北京: 科学出版社, 2012: 57-68.
- [10] 张磊, 童根树. 工字形截面悬臂钢梁的稳定性研究[J]. 工程力学, 2003, 20(4): 176-182.

Bending Performance Analysis on Beam Column of Steel Structure Uniaxial Symmetry under Lateral Load

Yang Jinglin, Tang Feng

(College of Engineering, Hunan Agricultural University, Changsha 410128, China)

Abstract: Stability of steel structure is an important factor to determine its bearing capacity, which can not be ignored in the design of steel structure. Improper design or structural measures of beam-columns may lead to overall or local instability of steel structure, resulting in structural damage, so it is of great importance to analyze and discuss the stability problems of steel structure in engineering practice. This paper studied the flexural properties of the beam column of steel structure uniaxial symmetry under the influence of lateral load and concentrated load and analyzed the internal force of steel beams in almost two kinds of loads and deformation so as to provide some reference for the stability design of steel structures.

Key words: steel structure; uniaxial symmetry; beam-column; flexural properties