

文章编号:1005-0523(2018)05-0130-05

随机过程的自传导数字特征及其工程应用

王 丰, 顾佼佼, 林 瑜

(海军航空大学, 山东 烟台 264001)

摘要:为研究随机过程的自传导数字特征及其拓展性,利用可拓学中基元的拓展分析原理分析了过程元之间的关系。利用过程元的多特征性及特征之间的相关性及蕴含性,讨论了当过程元中某特征的量值改变时,由于传导变换的作用,会引起该过程元中其他特征的量值发生传导变换,从而给出自传导相关函数和自协方差函数的概念。通过对着舰系统的实例分析研究,表明该方法和思路为解决涉及随机过程数字特征的一类矛盾问题提供了可能性。

关键词:可拓学;随机过程;过程元;数字特征

中图分类号:N94;O21

文献标志码:A

随机过程是研究随参变量变化的随机现象的数学学科,现已广泛应用于物理、医学、计算机以及工程研究等众多领域,并有非常重要的作用^[1-2]。在研究随机过程的自相关函数和自协方差函数时,会遇到随机过程的自相关函数和自协方差函数为确定的函数时,问题无法得到解决,当自相关函数和自协方差函数变化为另一函数时,矛盾问题会得到一定程度解决的难题。

将可拓学^[3]和随机理论相结合,取得了一些研究成果。在文献[4-5]中,运用可拓学理论对随机变量进行了刻画,并对一维和二维随机变量的可拓模型进行了分析与研究。在文献[6]中,给出了过程元的概念,并对随机过程的可拓模型进行了初步的研究。在文献[3-6]的基础上,本文运用发散分析、相关分析和蕴含分析等拓展分析原理分析了过程元^[6]之间的拓展关系。通过寻求主动变换,改变随机过程在某参变量时的过程元,根据可拓推理规则和可拓变换的传导知识,使随机过程的自相关函数发生改变,为一类涉及随机过程的自相关函数和自协方差函数的矛盾问题,提供一种新的处理方法和解决思路。

航母自动着舰系统是舰载机全天候高强度作战的基础保障,自动着舰系统由舰上设施和机上设施两部分组成。在最后着舰阶段,舰上设施会不断的为舰载机发送理想着舰轨迹信息,以使舰载机修正飞行姿态和轨迹。两者之间的通信均靠通信信号完成。如何减小通信信号之间的干扰,以增强着舰成功率,显得尤为重要。通过运用本文方法对自动着舰系统通信信号的自相关函数和自协方差函数进行分析研究,证明本文理论在工程研究领域有着广泛的应用前景。

1 过程元的拓展分析

1.1 过程元的发散分析

假设随机过程 $\{X(t), t \in T\}$, ($T = \{t_1, t_2, \dots\}$) 在参变量取 t 时的过程元为

收稿日期:2018-07-03

作者简介:王丰(1985—),男,工程师,硕士,研究方向为系统分析与计算机软件集成。

$$A(t)=(O_a, C, V(t))=\begin{pmatrix} O_a, & c_1, & v_1(t) \\ & c_2 & \\ & \dots & \\ & & c_n \end{pmatrix} \quad (1)$$

则根据发散分析原理得,过程元 $A(t)$ 可以拓展出多个同对象、同特征不同量值的过程元,即有

$$A(t)=(O_a, C, V(t))=\{A(t_1), A(t_2), \dots, A(t_n)\}=\{(O_a, C, V(t_1)), (O_a, C, V(t_2)), \dots, (O_a, C, V(t_n))\} \quad (2)$$

1.2 过程元的蕴含分析

利用蕴含分析原理对随机过程在参变量取若干个值时的过程元与该随机过程^[7]在参变量取另一些值时的过程元之间的蕴含性进行研究。

定义 1 假设随机过程 $\{X(t), t \in T\}$ 在参变量为 $t_k(k=1, 2, \dots)$ 和 $t_j(j=1, 2, \dots)(j \neq k)$ 时的过程元为 $A(t_k)$ 和 $A(t_j)$, 若过程元 $A(t_k)$ 发生时,必有过程元 $A(t_j)$ 发生,则称过程元 $A(t_k)$ 蕴含过程元 $A(t_j)$, 记为 $A(t_k) \Rightarrow A(t_j)$ 。

例 设数字通信系统^[8],从第 1 s 开始,每隔 1 s 送出一个脉宽为 T_0 ,幅度为 $\eta(t)$ 的脉冲信号。奇数秒时,脉冲幅度可取 $-r, -r+1, -r+2, \dots, -2, -1, 1, 2, \dots, r-2, r-1, r$ 共 $2r$ 个值,且取该 $2r$ 个值的概率均为 $\frac{1}{2r}$ 。偶数秒时,脉冲幅度是通信系统在前一秒所送出信号幅度的一半,即可取 $\frac{-r}{2}, \frac{-r+1}{2}, \frac{-r+2}{2}, \dots, -1, \frac{-1}{2}, \frac{1}{2}, 1, \dots, \frac{r-2}{2}, \frac{r-1}{2}, \frac{r}{2}$ 共 $2r$ 个值。则该随机过程^[9-10] $\{\eta(t), t=1, 2, \dots\}$ 在奇数秒时的过程元^[4]为

$$A(t_1)=\left(\begin{array}{l} \text{送出,} \\ \text{支配对象,} \\ \text{施动对象} \end{array} \begin{array}{l} M(t_1) \\ \\ \text{通信系统 } a \end{array}\right) (t_1=1, 3, \dots, 2n-3, 2n-1, \dots) \quad (3)$$

其中

$$M(t_1)=\left(\begin{array}{l} \text{脉冲信号,} \\ \text{脉宽,} \\ \text{幅度} \end{array} \begin{array}{l} T_0 \\ \\ \mu(t_1) \end{array}\right) \quad (4)$$

$$\mu(t_1)=(-r) \vee (-r+1) \vee (-r+2) \vee \dots \vee (-2) \vee (-1) \vee 1 \vee 2 \vee \dots \vee (r-2) \vee (r-1) \vee r \quad (5)$$

假设该随机过程在偶数秒时的过程元为 $A(t_2)=A(t_1+1)$, 则根据过程元的相关和蕴含分析^[6-7]原理,有 $A(t_1) \sim A(t_2), A(t_1) \Rightarrow A(t_2)$, 可得该随机过程在偶数秒时的过程元为

$$A(t_2)=A(t_1+1)=\left(\begin{array}{l} \text{送出,} \\ \text{支配对象,} \\ \text{施动对象} \end{array} \begin{array}{l} M(t_1+1) \\ \\ \text{通信系统 } a \end{array}\right) \quad (6)$$

其中

$$M(t_1+1)=\left(\begin{array}{l} \text{脉冲信号,} \\ \text{脉宽,} \\ \text{幅度} \end{array} \begin{array}{l} T_0 \\ \\ \frac{\mu(t_1)}{2} \end{array}\right) \quad (7)$$

2 随机过程自相关函数和自协方差函数的传导性研究

设随机过程 $\{X(t), t \in T\}$ 的参变量集为 $T=\{t_1, t_2, \dots\}$, 在参变量取 $t_j(j=1, 2, \dots)$ 时,随机过程^[11-12]的状态为 $X(t_j)$, 则随机过程 $\{X(t), t \in T\}$ 可以用过程元集刻画为

$$W=\{A(t_j) | A(t_j) \in (O_a, C, U(t_j)), V(t_j) \in V(C), (j=1, 2, \dots)\} \quad (8)$$

其中

$$A(t_j)=\begin{pmatrix} O_a, & c_1, & v_1(t_j) \\ & c_2, & v_2(t_j) \\ & \dots & \dots \\ & & c_n & v_n(t_j) \end{pmatrix} (j=1, 2, \dots) \quad (9)$$

随机过程 $\{X(t), t \in T\}$ 在不同参数 t_i 和 $t_j (t_i, t_j \in T)$ 时的状态,用过程元刻画为

$$A(t_i) = \begin{pmatrix} O_a, & c_1, & v_1(t_i) \\ & c_2, & v_2(t_i) \\ & \dots & \dots \\ & c_n & v_n(t_i) \end{pmatrix} \text{ 和 } A(t_j) = \begin{pmatrix} O_a, & c_1, & v_1(t_j) \\ & c_2, & v_2(t_j) \\ & \dots & \dots \\ & c_n & v_n(t_j) \end{pmatrix} \quad (10)$$

自相关函数和自协方差函数分别为 $R_X(t_i, t_j) = R_A[A(t_i), A(t_j)]$ 和 $C_X(t_i, t_j) = C_A[A(t_i), A(t_j)]$ 。根据主动变换,主动变换的蕴含、传导推理规则及传导变换,对随机过程的自相关函数和自协方差函数的传导性进行研究。

在解决实际问题时,当对过程元 $A(t_i), (t_i \in T)$ 中某个特征的量值 $v_k(t_i)$ 实施主动变换时,即 $\varphi v_k(t_i) = v_k'(t_i)$,根据基元的相关性和蕴含性,形成可拓推理规则^[4-6]

$$\begin{aligned} \varphi_{v_k(t_i)} \Rightarrow \{v_k(t_i) \varphi_{A(t_i)} A(t_i) = A'(t_i)\} &= \{A'(t_i) \Rightarrow_{A'(t_i)} \varphi_{R_A[A(t_i), A(t_j)]} R_A[A(t_i), A(t_j)] = R_A'[A(t_i), A(t_j)]\} \wedge A'(t_i) \\ &\Rightarrow_{A'(t_i)} \varphi_{C_A[A(t_i), A(t_j)]} C_A[A(t_i), A(t_j)] = C_A'[A(t_i), A(t_j)] \end{aligned} \quad (11)$$

根据可拓推理规则的分析,所实施的主动变换 $\varphi v_k(t_i) = v_k'(t_i)$,使过程元集 W 的自相关函数 $R_A[A(t_i), A(t_j)]$ 和自协方差函数 $C_A[A(t_i), A(t_j)]$ 发生传导变换^[4]。

定义 2 称 $\varphi_{R_A[A(t_i), A(t_j)]} R_A[A(t_i), A(t_j)] = R_A'[A(t_i), A(t_j)]$ 为变换 φ 下,过程元集 W 的自传导相关函数。

定义 3 称 $\varphi_{C_A[A(t_i), A(t_j)]} C_A[A(t_i), A(t_j)] = C_A'[A(t_i), A(t_j)]$ 为变换 φ 下,过程元集 W 的自传导协方差函数。

3 实例分析

假设航母自动着舰系统 ACLS 的机载设备上有电子元部件 S ,舰载机在着舰准备阶段,元部件 S 会发出正弦波,其可以用随机过程 $\{X(t), X(t) = 3\cos(3t + \theta)\}$ 进行描述。其中, θ 为一个均匀分布于 $(-\pi, \pi)$ 的随机变量。

经过分析计算,该随机过程^[10]的自相关函数为 $R_X(t_i, t_j) = \frac{9}{2} \cos 3(t_i - t_j)$,自协方差函数为 $C_X(t_i, t_j) = \frac{5}{2} \cos 3(t_i - t_j)$ 。将该随机过程用过程元描述为

$$A(t_i) = \begin{pmatrix} \text{发出,} & \text{支配对象,} & M(t_i) \\ & \text{施动对象} & \text{元部件 } S \end{pmatrix} \quad (12)$$

其中 $M(t_i) = (\text{正弦波, 状态, } 3\cos(3t + \theta))$ 。

在对自动着舰系统进行优化改造研究中,改进电子元部件 S 的相关性能参数,以减小通信信号的相互干扰。通过对 $M(t_i)$ 实施主动变换 ϕ ,使

$$\phi M(t_i) = M'(t_i) = (\text{正弦波, 状态, } 2\cos(3t + \theta)) \quad (13)$$

根据相关分析和蕴含分析原理,由于传导变换的传导作用,有可拓推理知识

$$\phi M(t_i) \Rightarrow_{M(t_i)} \varphi_{A(t_i)} A(t_i) \quad (14)$$

进一步,根据可拓推理知识,由于主动变换的传导变换,使其自相关函数和自协方差函数发生传导变换,有

$${}_{A'(t_i)} \varphi_{R_A[A(t_i), A(t_j)]} R_A[A(t_i), A(t_j)] = R_A'[A(t_i), A(t_j)] = 2 \cos(t_i - t_j) \quad (15)$$

$${}_{A'(t_i)} \varphi_{C_A[A(t_i), A(t_j)]} C_A[A(t_i), A(t_j)] = C_A'[A(t_i), A(t_j)] = \frac{5}{2} \cos 3(t_i - t_j) \quad (16)$$

通过实施的主动变换^[6],使自相关函数由 $\frac{9}{2} \cos 3(t_i - t_j)$ 变为 $2\cos 3(t_i - t_j)$;自协方差函数的值由 $\frac{5}{2} \cos 3(t_i - t_j)$ 变化为 $\frac{3}{2} \cos 3(t_i - t_j)$ 。该随机过程的自相关函数和自协方差函数仿真见图 1 和图 2。

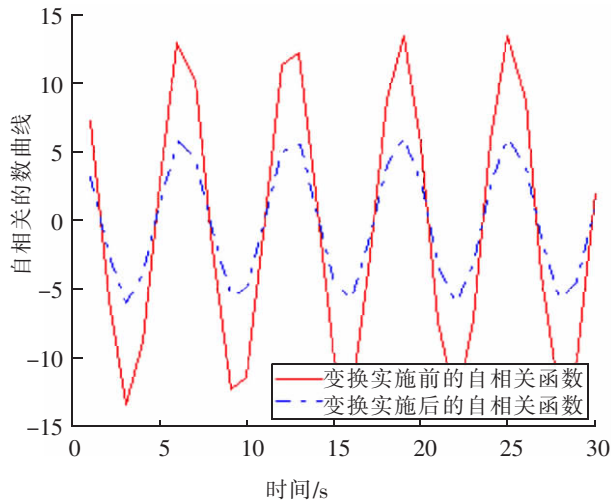


图1 主动变换实施前后的自相关函数曲线图

Fig.1 Autocorrelation function diagram before and after active transformation

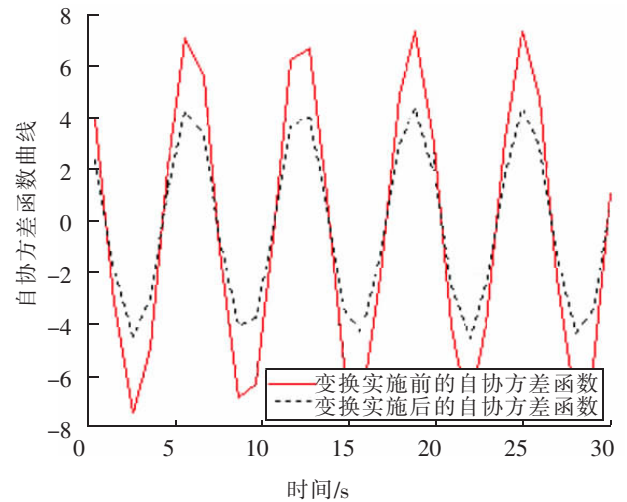


图2 主动变换实施前后的自协方差函数曲线图

Fig.2 Autocorrelation function before and after active transformation

舰载机自动着舰准备阶段时间为第1 s开始,第10 s结束。第1 s和第10 s,该随机过程的自相关函数值由 $R_x(1,30)=\frac{17}{2}\cos 9$ 减小为 $R_A'[A(1),A(10)]=6\cos 9$,自协方差函数值由 $\frac{15}{2}\cos 9$ 减小为 $\frac{9}{2}\cos 9$ 。经过主动变换的作用,有效的降低了自相关函数和自协方差函数的值,减小了通信信号之间的相互干扰性,达到了解决问题的要求。

4 结论

本文利用发散分析、相关分析和蕴含分析原理,对过程元之间的关系进行了分析。通过可拓推理方法寻找主动变换,改变随机过程在参变量值为 t 时的过程元 $A(t)$ 中某一个或多个特征的量值,由于传导变换的作用,使随机过程的自相关函数和自协方差函数发生改变,为解决依赖于随机过程的自相关函数和自协方差函数的矛盾问题寻求一种新途径。下一步,将运用可拓学理论与方法,继续对多维随机过程及其相关函数进行分析和研究,并充分研究其在工程领域中的深入应用。

参考文献:

- [1] 吴双胜,刘浪,穆昌兵. 价格随机条件下参与者均风险厌恶的应急数量弹性契约研究[J]. 华东交通大学学报,2017,34(4): 75-83.
- [2] 李锦华,陈水生. 非高斯随机过程模拟与预测的研究进展[J]. 华东交通大学学报,2011,28(6):1-6.
- [3] 杨春燕,蔡文. 可拓学[M]. 北京:科学出版社,2014:19-89.
- [4] 王丰,田伟,朱乾坤. 2维随机变量可拓分布模型在武器系统性能研究中的应用[J]. 兵工自动化,2017,36(3):1-4+13.
- [5] 李日华,王丰,黄咏芳. 基于可拓变换的二维随机变量分布律的研究[J]. 数学的实践与认识,2011,41(12):160-164.
- [6] WANG F,ZHANG J C,LI R H. Process element on expansion of the random process's mean function and variance function[C]// Extenics and Innovation Methods-Proceedings of the International Symposium on Extenics and Innovation Methods,China, November,29,2013.
- [7] 梁志伟,黄健元. 基于联合随机过程模型的个人账户替代率研究[J]. 统计与决策,2018(4):64-67.
- [8] 李日华,张金春. 随机事元及其传导概率[J]. 哈尔滨工业大学学报,2006,38(7):1108-1111.
- [9] 李锦华,李建丰,陈水生,等. 具有时变功率谱的非高斯随机过程的数值模拟[J]. 振动与冲击,2018,37(2):204-209.

- [10] 宋璩波,张镇西. Ca_(v1.2)离子通道马尔科夫随机过程模型的建立与应用[J]. 西安交通大学学报,2018,52(2):140-147.
- [11] 杨涛,陈小伟,邓勇军,等. 刚性弹正侵彻随机骨料混凝土靶的弹道偏转规律分析[J]. 兵工自动化,2016,35(6):87-93.
- [12] 冯青松,雷晓燕,练松良. 解析法分析铁路环境振动的列车随机激振荷载[J]. 华东交通大学学报,2013,30(5):1-7.

Autobiographical Digital Characteristics of Random Process and Its Engineering Applications

Wang Feng, Gu Jiaojiao, Lin Yu

(Naval Aviation University, Yantai 264001, China)

Abstract: To study the autobiographical digital characteristics of random process and its expansibility, the relationship among process elements was analyzed by using the principle of extended analysis of primitives. By considering features of process element and the correlation and implication on these features, this paper concluded that when the amount of a characteristic in the process element changed, the value of other features in the process element would bring about conduction transformation, which produced the concept of the conduction correlation function and the self covariance function. The case study of the carrier landing system shows that this method provides possibility for solving a class of contradictory problems involving digital characteristics of random process.

Key words: extension theory; stochastic process; process element; digital characteristics