文章编号:1005-0523(2018)06-0001-07

## 循环荷载下地铁隧道累积变形的有限元法

## 胡玉红,宫全美,周顺华,杨龙才

(同济大学道路与交通工程教育部重点实验室,上海 201804)

摘要:采用 ABAQUS 中静力蠕变计算模块模拟应变随振次的变化规律,将有限元软件与不排水累积变形经验公式相结合,计 算佛山地区地铁列车循环荷载下不排水累积变形产生的沉降,提高了计算精度及计算效率。其中累积变形经验公式中的相关 参数由佛山地区淤泥质软土的动三轴试验结果确定。并使用该方法对佛山轨道交通3号线某区间隧道在地铁列车长期荷载作 用下的累积塑性变形进行了计算。结果表明:随深度增加,累积变形逐渐减小;佛山轨道交通3号线下卧淤泥质土层部分运营 20年引起的累积塑性变形为36mm,而运营1年引起的累积变形较大约为20mm。

关键词:累积变形;地铁隧道;循环荷载;显式算法;二次开发

#### 中图分类号:TU43 文献标志码:A

由于软土本身的含水量高、压缩性高、孔隙比大等特点,软土地区地铁运营均出现了不同程度的地基沉降及不均匀沉降。地铁隧道的不均匀沉降会带来很多问题,比如会使隧道产生较大的弯曲变形,隧道接缝张开,加剧隧道的渗漏等等。列车荷载长期作用引起的土体累计变形是影响地铁隧道长期沉降的重要因素;因此对于列车荷载作用引起的土体累积塑性变形的研究非常必要。

国内外学者对此也进行了大量研究,主要有两种方法:一种是需要考虑复杂的弹塑性本构模型的动力 有限元法<sup>[1-2]</sup>,另一种即为基于经验拟合公式的实用简化方法。前者的难点是对于荷载循环次数大时,计算量 也相当大,工程上不实用;因此,大部分学者采用后者即基于经验拟合公式的简化方法。黄茂松、李进军等<sup>[3]</sup>引 入了相对偏应力水平的概念,综合考虑了静、动偏应力的影响,建立了饱和软土的不排水累积变形公式。姜 洲、高广运等<sup>[4]</sup>研究了 K0 固结条件对经验公式参数取值的影响,建立了 K0 固结条件下的循环累积变形公 式。黄茂松、姚兆明<sup>[5]</sup>建立了反映等向、偏压固结不排水的循环累积塑性变形预测模型。总的来说是先基于室 内循环三轴试验的结果,得到塑性应变累积模型,再通过分层总和法计算地基的长期沉降。采用经验公式与 分层总和法相结合的预测沉降方法存在以下不足<sup>[6]</sup>:① 只能考虑水平成层地基;② 变形和应力计算是分开 的,即不能同时考虑变形和应力,有限元计算可克服以上的缺点。

本文研究的主要内容是软土地基中不排水循环荷载下土体的塑性变形引起的沉降。参考王漾<sup>[7]</sup>、康庄<sup>[8]</sup> 的方法,基于室内动三轴试验结果确定累积变形参数,并将累积变形预测模型与有限元软件相结合,从而提 高了计算精度及计算效率。不同于分层总和法,主要通过有限元软件的二次开发来探讨列车荷载作用下土 体塑性变形的计算。

收稿日期:2018-04-20

作者简介:胡玉红(1992一),女,硕士研究生,研究方向为地下铁道工程与岩土工程;杨龙才(1971—),男,副研究员,博士生导师,研究方向为铁路路基工程,轨道交通土工结构设计等。

## 1 土体累积变形计算方法

#### 1.1 累积变形预测模型

塑性应变模型应用比较多的有 Monismith、Li 和 Selig 等<sup>[9–10]</sup>、Chai 等<sup>[11]</sup>提出的经验拟合公式。经验拟合法的计算模型中 Monismith 的模型  $\varepsilon^{p}=AN^{b}$  应用最为广泛, A 为第一次循环应变(N=1 时), 但参数 A 受许多因素影响,物理意义不明确,较难确定。此后, Li 和 Chai 等考虑静动偏应力的影响,进一步扩展指数模型。基于 Li 和 Selig 提出的修正指数模型参数确定相对简单, 且易于实际工程的应用,本文选取该模型来计算地铁列车荷载作用引起的地基土的长期变形。

Li和 Selig 提出的修正指数模型如下:

$$\varepsilon_{\rm p} = a \left(\frac{q_{\rm d}}{q_{\rm f}}\right)^m N^b \tag{1}$$

式中: *ε*<sub>p</sub>为累积塑性应变; *q*<sub>d</sub>为土中的动偏应力; *q*<sub>f</sub>为土体的静破坏偏应力, 可采用公式(3)计算; *N*为循环 荷载作用次数; *a*, *b*, *m*为土体参数, 可由下文的试验结果确定, 在实例中, 隧道埋深不同, 土体围压不同, 所 得到的参数取值也不同。

 $q_d$ 可采用式(2)确定:

$$q_{d} = \sigma_{1} - \sigma_{3} = \sqrt{3J_{2}} = \sqrt{\frac{1}{2}} \left[ (\sigma_{x} - \sigma_{y})^{2} + (\sigma_{x} - \sigma_{z})^{2} + (\sigma_{z} - \sigma_{y})^{2} + 6(\tau_{xy}^{2} + \tau_{yz}^{2} + \tau_{zx}^{2}) \right]$$
(2)

式中: $J_2$ 为第二偏应力不变量; $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{xx}$ 为应力分量。在有限元软件里动应力值可以直接求得。 参考文献[12],可得到静破坏偏应力  $q_f$ 计算方法如下所示:

$$q_{\rm f} = c_{\rm cu} \frac{\cos\varphi_{\rm cu}}{\sin\varphi_{\rm cu}} + \frac{1 + K_0}{2} \sigma_z \cdot \frac{\sin\varphi_{\rm cu}}{1 - \sin\varphi_{\rm cu}}$$
(3)

式中: $c_{\rm cu}$ 为土的黏聚力; $\varphi_{\rm cu}$ 为土的内摩擦角; $\sigma_z$ 为土体的自重应力; $K_0$ 为土的侧限系数。

1.2 经验公式计算参数的确定

由参照的经验公式(1)可以看出经验公式中只需要同一围压,不同的动偏应力或是不同围压、相同的动 偏应力的试验数据,即可得到经验公式的参数。经验计算公式中的相关参数由佛山地铁3号线所穿越的<2-1B>淤泥质土层的室内动三轴试验结果确定。试验使用WF动三轴仪,应力控制的方式加载,土样直径为5 cm,高10 cm。试验采用压半周的半正弦波模拟地铁列车荷载。本文分析荷载频率影响时,主要考虑地铁列 车中速(80 km/h)行驶时的频率为1.17 Hz。同时动应力幅值的取值是基于壳柱模型计算得到的3号线列车

荷载引起的土体的动应力的大小约为5 kPa, 另一方面,运营以后,随着钢轨不平顺度的增加,轨道线路条件变差,车致动应力可能会变 大,查阅现有文献资料后,考虑盾构隧道车致 动应力通常的量值范围,试验车致动应力幅值 拟取 10 kPa进行对比研究。

有效围压为 110 kPa, 动应力幅值分别 为 5 kPa 和 10 kPa, 不排水条件下的循环累积 变形规律如图 1 所示。

将不同动应力的试验结果分别代入公式 (1)中,综合考虑可拟合得到累积沉降经验计 算的 *a*,*m*,*b* 的参数值,如表1所示。





Fig.1 The cyclic cumulative strain with different dynamic stress amplitude (effective confining pressure 110 kPa)

表 1 显式模型参数数的取值 Tab.1 Parameter values of explicit model							
土样名称	a	m	b				
<2-1B 淤泥质土>	1.19	2.5	0.27				

## 2 显式计算过程的有限元实现

#### 2.1 显式计算过程的研究

盾构隧道的数值模拟方法有多种<sup>[13]</sup>,在有限元仿真过程中,虽然有限元软件能够实现上万次动荷载加载 模拟,但是由此产生的大量实验数据及其计算过程,对于计算设备提出了非常高的要求,一般的计算机及相 应实验条件无法满足对于长期永久变形所需研究的动荷载次数的仿真要求,如何利用合理的模型及建模方 式模拟土的变形累积特点,并利用有效的计算方法在正确反映模型永久变形量仿真计算过程的前提下减少 计算负荷,是目前该方面研究中存在的一大难点。根据之前的研究可知,可以通过将经验公式应用于有限元 计算中,但需要对应地能够体现经验公式的土体本构模型。现有的有限元软件中无法提供相应的反映其应 变规律的对应本构模型,因此本文借助 ABAQUS 中的蠕变模型的二次开发实现经验公式所代表的应力应变 关系。

ABAQUS 软件中的蠕变模型较多,通过比较,选取与本文相似的欧拉超前法求解蠕变应变,即

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{cr}^{n} = \boldsymbol{\varepsilon}_{cr}^{n-1} \boldsymbol{\varepsilon}_{cr} (\boldsymbol{\sigma}_{n-1}, \boldsymbol{\varepsilon}_{n-1}, t_n) \Delta t \tag{4}$$

式中: $\mathcal{E}_{cn}^{n}$ 和 $\mathcal{E}_{cn}^{n-1}$ 分别是 $t_n$ 和 $t_{n-1}$ 时刻的蠕变应变; $\sigma_{n-1}$ 是对应于 $t_{n-1}$ 时刻的应力水平; $\Delta t = t_n - t_{n-1}$ 为计算时间步长。

计算中采用时间硬化模型,等效蠕变应变率计算公式如式(5)所示,有限元软件所提供的时间硬化蠕变 本构可供用户直接输入相关参数来定义其蠕变定律,时间硬化蠕变的本构模型以式(5)的形式表示其等效 蠕变应变率

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{cr} = c_1 \boldsymbol{\sigma}^{c_2} \boldsymbol{t}^{c_3} \tag{5}$$

等效蠕变应变计算公式

$$\varepsilon_{\rm cr} = \frac{c_1}{c_3 + 1} \sigma^{c_2 c_3 + 1}_{t} \tag{6}$$

式(6)与式(1)进行对比可以看出两者形式相似,式(1)的循环次数 N 与式(6)的作用时间 t 可以通过荷载作用频率建立关系,进而相互转化。借助式(6)与式(1)所示的修正指数模型之间在应力及时间的相关指数参数上均具有相同形式这一特征,将各相关参数同位置代换,以利用蠕变定律模拟循环荷载作用下长期永久变形过程。

在计算时,蠕变本构的 σ 与 q<sub>d</sub> 对应,其中 q<sub>f</sub> 可根据式(3)计算得出,q<sub>d</sub>则由有限元的动力计算得出,将 经验公式中的动应力与蠕变模块中的变量一一对应,需要借助 ABAQUS 中的用户子程序。ABAQUS 的用户 子程序是根据 ABAQUS 提供的接口,由用户自己按照 FORTRAN 语法编写代码。用户可以自己定义边界条 件、接触条件、荷载条件、材料特性等,同时也可以利用用户子程序和其它应用软件进行数据交换等。本文为 了将 Li 的修正公式应用在 ABAQUS 中,采用 FORTRAN 编制 UMAT 用户子程序,将实验拟合得到的参数 a,m,b 一一写到子程序所对应的参数中,子程序会读取这些参数,计算蠕变应变增量、应变增量偏导数,分 别保存。然后根据给定的计算时间(即指定的循环次数),进行下一步计算,实现蠕变计算时对于动应力的计 算结果的调用。

#### 2.2 计算步骤

本次研究利用蠕变模型模拟动荷载下土的 长期永久变形计算。根据蠕变模型的时间与列车 的运行次数相对应,从而模拟动荷载作用下土体 的长期变形规律。通过将累积变形经验公式嵌入 到蠕变模型中的计算方法,解决有限元用于长期 变形计算中的计算时间长,误差大,占用计算空 间等多重问题。计算的具体步骤如下。

 建立隧道及土体模型,施加边界,完成有 限元模型的建立,如图2所示。

 2)施加实际工程中所监测到的动力荷载, 加载周期为1~2个周期,计算得到模型的动应力值的大小。



图 2 有限元模型网格 Fig.2 Finite element model grid

3) 完成加荷后,导出模型的动力荷载作用下的应力场,为下一步的蠕变分析做准备。

4)在静力模型中导入动应力场,土体材料设为蠕变材料并嵌入累积塑性应变公式的子程序。同时在对应的分析步中考虑长期效应,此分析步的时间长度即对应列车的运行次数。如参考相关文献按年均运行次数为 200 000次,则计算 1 年所产生的长期沉降时,此分析步的时间长度即为 200 000,进而在蠕变模型中可以分别计算不同作用时间下的累积变形。

## 3 列车荷载下隧道累积塑性变形计算

### 3.1 工程概况

佛山市轨道交通 3 号线南起容桂站,北到狮山,线路全长约 71.3 km。其中高架段 4.8 km,过渡段 0.8 km, 地下段 65.7 km。3 号线 35 个区间中地下段主要采用单圆盾构法施工,少量区段采用明挖隧道或矿山法施 工。3 号线沿线穿越的地层主要为淤泥质土层、粉质粘土层、粉细砂层、砾砂层、泥质粉砂岩中风化带以及花 岗岩全、强、中、微风化带等。其中第四系海陆交互相淤泥质土层广泛分布在沿线大部分地段,厚度 0.60~ 35.0 m,平均厚度 7.86 m,具有含水量高、孔隙比大、压缩性高、抗剪强度低、灵敏度高等特点。

#### 3.2 有限元计算模型

计算选取佛山轨道交通3号线某区间典型断面,该断面全面穿越<2-1B>淤泥质土层,同时此埋深深度 所占比例较大,同时这个典型断面的土层性质相对较差,以这个断面作为代表计算相对保守。各土层的基本

参数如表 2 所示。模拟中由于隧道轴线方向相比 横向尺寸相对较大,简化为平面应变来计算,在地表 下 19 m 处盾构开挖,此处的有效围压为 150 kPa, 半径为 3 m,衬砌厚度为 35 mm,为 C55 混凝土。 模型横向取值为 10 倍隧道直径,竖向取值约 为 6 倍隧道直径。第一次动力加载计算动偏应力 时采用弹性模型,累积塑性变形显式计算时采用 蠕变模型。为模拟实际地铁运营情况,本文在动 力模拟时施加某地铁区间隧道运营时实际测得 的轮轨力时程曲线,如图 3 所示。

文献[14]认为对于普通轨道而言,可以假定



Fig.3 Measured rail force for a section of tunnel

道床的动荷载为沿轨道中心线均匀分布的线荷载,即列车荷载按式(7)计算:

$$F(t) = K \cdot \frac{P(t) \cdot N \cdot n}{L}$$
(7)

式中:F(t)为轨道均匀分布的线荷载,kN/m;P(t)为实测钢轨垂向力,kN;N为每节车辆的转向架数,p,N=2; n为每个转向架的轮对数,p,n=2;L为每节车长,考虑连接段,p两车钩中心距离 22.8 m;K为分散系数,考 虑钢轨、轨枕对列车荷载的传递和分散作用,K p 0.7。

层号	有效重度 γ/ (kN/m <sup>3</sup> )	粘聚力 c/kPa	内摩擦角 <i>φ</i> / (°)	压缩模量Es/ MPa	泊松比μ	承载力特征值/ kPa
<2-1A 淤泥>	6.1	8	8	2.31	0.40	70
<2-1B 淤泥质土>	6.5	10	9	2.88	0.35	80
<2-2 淤泥质粉细砂>	7.4	6	28	3.71	0.33	110
<2-4 粉质黏土>	9.2	15	12	5.29	0.30	150
<3-1 粉细砂>	7.8	0	28	10.10	0.30	170

表2 各土层基本参数 Tab.2 Basic parameters of each soil layer

## 3.3 累积变形计算

采用前面所述的方法,计算长期列车荷载作用引起的隧道底部土体的累积塑性变形。参考相关文献按 年均运行次数为 200 000 次,图 4 为动荷载作用下,动应力随深度的变化曲线。图 5 为列车运行 1,2,4,8 a 和 20 a 的情况下,隧道底部土体的变形值随深度变化的关系。图 6 给出了隧道底部累积塑 性变形随时间的变化曲线。从图 7 可以看出,在运营初期隧道变形较大,增长较快,但随着运营时间增 加其增长速率逐渐减小,这与文献[15]结论类似。土体的竖向位移在地铁运营 1,5,10,20 a 后的变形分 别为 20.6,26.8,31,36 mm;随时间增长增速放缓并趋于稳定,这与文献[17]的结论相似。







图 5 隧底以下动应力衰减曲线 Fig.5 Attenuation curve of dynamic stress beneath the tunnel







图 7 隧道底部土体累积塑性变形与开放交通时间关系曲线 Fig.7 Relationship between cumulative plastic deformation and open traffic time at the bottom of the tunnel

## 4 结论

 基于经验公式拟合法,编写了 ABAQUS 蠕变本构模型的子程序,实现了列车长期荷载下的累积塑性 变形计算,提高了列车荷载下累积塑性变形的计算精度及计算效率。

2) 软土层的压缩变形是总变形的主要组成部分,而且压缩变形主要在软土地基的浅层,随着深度增加 而降低。

3) 对佛山轨道交通 3 号线某区间典型断面在列车循环荷载下的累积塑性变形进行计算,地铁运营 1,5,10,20 a 后的累积塑性变形分别为 20.6,26.8,31,36 mm。

### 参考文献:

- [1] BROWN S F. Soil mechanics in pavement engineering[J]. Geotechnique, 1996, 46(3): 383-426.
- [2] HYODO M, YASUHARA K, HIRAO K. Prediction of clay behaviour in undrained and partially drained cyclic triaxial tests[J]. Soils and Foundations, 1992, 32(4):117-127.
- [3] 刘明,黄茂松,李进军. 地铁荷载作用下饱和软粘土的长期沉降分析[J].地下空间与工程学报,2006,2(5):813-817.
- [4] 姜洲,高广运,赵宏,等. 软土地区地铁行车荷载引起的隧道长期沉降分析[J]. 岩土工程学报,2013,35(S2):301-307.
- [5] 黄茂松,姚兆明. 循环荷载下饱和软黏土的累积变形显式模型[J]. 岩土工程学报,2011,33(3):325-331.
- [6] 魏星,王刚, 余志灵. 交通荷载下软土地基长期沉降的有限元法[J]. 岩土力学, 2010, 31(6): 2011-2015.
- [7] 王漾. 高速铁路桩网结构路基永久变形计算[D]. 上海:同济大学,2012.
- [8] 康庄. 高速铁路路基长期累积变形的显隐式转换算法[D]. 上海: 同济大学, 2015.
- [9] LI D, SELIG E T. Resilient modulus for fine-grained subgrade soil[J]. Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE, 1994, 120(6):939–957.
- [10] LI D, SELIG E T. Cumulative plastic deformation for fine-grained subgrade soils[J]. J Geotech Eng, 1996, 122(12):1006-1013.
- [11] CHAI J C, MIURA N. Traffic-load-induced permanent deformation of road on soft subsoil[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2002, 128(11):907-916.
- [12] 董亮,蔡德钧,叶阳升,等. 列车循环荷载作用下高速铁路路基累积变形预测方法[J]. 土木工程学报,2010(6):100-108.

[13] 潘昌实,谢正光.地铁区间隧道列车振动测试与分析[J].土木工程学报,1990(2):21-28.
[14] 刘明,黄茂松,柳艳华.车振荷载引起的软土越江隧道长期沉降分析[J].岩土工程学报,2009,31(11):1703-1709.
[15] 胡安峰,孙波,谢康和,等.交通荷载作用下软土地基的累积沉降分析[J].浙江大学学报:工学版,2013,47(11):1939-1944.

# Finite Element Method for Accumulative Deformation of Subway Tunnel Under Cyclic Loading

Hu Yuhong, Gong Quanmei, Zhou Shunhua, Yang Longcai

(Key Laboratory of Road and Traffic Engineering of the Ministry of Education, Tongji University, Shanghai 201804, China)

**Abstract**: The ABAQUS static creep calculation module was adopted to simulate the variation of strain with vibration frequency. The finite element software was combined with the empirical formula of undrained cumulative deformation, calculating the long-term settlement of the shield tunnel under the cyclic loading of subway trains in Foshan area, which improved the calculation accuracy and efficiency. The relevant parameters in the cumulative settlement empirical formula were determined by the dynamic triaxial test results of the silt soft soil in Foshan. Besides, this method was adopted to predict the cumulative deformation of an interval tunnel in Foshan Rail Transit Line 3 under the long-term load of subway trains. The research results show that as the depth increases, the cumulative plastic deformation is smaller. The accumulated plastic deformation caused by the operation of Foshan Rail Transit Line 3 below the muddy soil part reaches 36 mm over the past 20 years, and the accumulated deformation for one year is about 20 mm.

Key words: cumulative deformation; subway tunnel; cyclic loading; explicit algorithm; secondary exploration