文章编号:1005-0523(2019)03-0039-07

基于加权影响矩阵的提篮拱初张索力确定方法研究

刘世建,卓小丽

(广西交通科学研究院有限公司,广西南宁 530007)

摘要:大跨提篮拱吊杆初张索力确定过程中,因其空间结构及受力复杂,容易出现顾此失彼的情况。以某 450 m 特大跨钢箱提 篮拱为工程背景,初张索力求解过程中对影响矩阵增加加权系数,通过 Matlab 求解加权后方程的最小二乘解,经过少量的迭代 运算,索力差值即趋于稳定,计算成桥索力与设计成桥索力的相对误差最大为 0.28%。加权影响矩阵作为一种加速收敛的方 法,吊杆索力收敛速度较为均匀,对类似桥梁成桥索力的确定或索力二次调整提供了一种新思路。

关键词:加权影响矩阵;提篮拱;初张索力;迭代运算

中图分类号:U44 文献标志码:A

在大跨钢箱提篮拱桥架设过程中,受力体系多次变换,初张索力的正确性是保障结构施工安全的关键 环节,也是成桥状态是否合理的重要制约因素。目前,国内外针对索力的研究主要以斜拉桥的索力研究为基 础,且成果比较丰富,主要有最小二乘法、弯曲能量最小法、弯矩最小法、影响矩阵法^[1-4]。最小二乘法是使误 差平方和达到最小,但需要反复迭代运算;弯曲能量最小法是用结构的弯曲余能作为目标函数;弯矩最小法 是以弯矩平方和作为目标函数,两种方法都要在计算中改变结构的模式;影响矩阵法将优化的目标函数统 一用索力变量与广义影响矩阵表示,可同时对多种目标函数进行优化,方便程序化计算^[5-7]。然而,拱桥施工 过程中吊杆索力、结构线形都处于不断变化中,本文以影响矩阵为理论基础,对影响矩阵增加加权系数,通 过 MATLAB 求解加权后方程的最小二乘解,经过少量的迭代运算,来获得需要的初张索力(各钢箱梁节段 安装定位时的索力),并以 450 m 提篮拱桥为工程背景,在综合考虑结构受力安全和索力控制满足要求的前 提下,验证了这种方法的可行性。

1 初张索力优化的加权影响矩阵

1.1 影响矩阵原理

如图 1 和图 2 所示,以一座简单的中承式拱桥为例,以吊杆索力的受调向量来说明影响矩阵的构成^[8-10]。 假定拱桥受力处于线弹性状态,则可建立式(1)方程组:

$$[\mathbf{C}] \{\Delta x\} = \{b\}$$

$$(1)$$

式中: $\{\Delta x\}$ 为需要求解的二次调索调整量; $\{b\}$ 表示需要达到的成桥状态期望目标值;[C]为吊杆索力调整对 控制目标的影响矩阵。

在 1# 吊杆上施加单位索力 $T_{i=1}$ 时,1#~5# 吊杆索力将会相应变化,将吊杆索力变化增量记为 $\{T_{ii}\}$ (*i*= 1,2,3,4,5),以此类推在 *j* 号吊杆上施加单位索力 $T_{j=1}$ 时,将 1#~5# 吊杆的索力变化量记为 $\{T_{ij}\}$ (*i*= 1,2,3,4,5),由此可得索力影响矩阵[C]_{素力},若以位移为控制量,则可以得到[C]_{位移}。

收稿日期:2019-01-03

基金项目:广西重点研发计划项目(桂科 2018AB66014)

作者简介:刘世建(1975—),男,高级工程师,硕士,研究方向为桥梁检测评估、健康监测和加固设计。

通讯作者:卓小丽(1989—),男,工程师,硕士,研究方向为桥梁检测评估、健康监测和加固设计。









T_{11}	T_{12}	T_{13}	T_{14}	T_{15}		Δ_{11}	$arDelta_{12}$	$arDelta_{13}$	$arDelta_{ m 14}$	Δ_{15}
T_{21}	T_{22}	T_{23}	T_{24}	T ₂₅		Δ_{21}	Δ_{22}	$\Delta_{ m 23}$	$\Delta_{ m 24}$	Δ_{25}
T_{31}	T_{32}	T_{33}	T_{34}	<i>T</i> ₃₅	,[C] _{$interline{d}$8=}	Δ_{31}	$\Delta_{\scriptscriptstyle 32}$	$\Delta_{\scriptscriptstyle 33}$	$\Delta_{ m 34}$	Δ_{35}
T_{41}	T_{42}	T_{43}	T_{44}	T_{45}		Δ_{41}	$\varDelta_{\scriptscriptstyle{42}}$	$\varDelta_{ m 43}$	$arDelta_{ ext{44}}$	Δ_{45}
T_{51}	T_{52}	T_{53}	T_{54}	T ₅₅		Δ_{51}	Δ_{52}	Δ_{53}	Δ_{54}	Δ_{55}
	T_{11} T_{21} T_{31} T_{41} T_{51}	$\begin{array}{cccc} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \\ T_{31} & T_{32} \\ T_{41} & T_{42} \\ T_{51} & T_{52} \end{array}$	$\begin{array}{ccccc} T_{11} & T_{12} & T_{13} \\ T_{21} & T_{22} & T_{23} \\ T_{31} & T_{32} & T_{33} \\ T_{41} & T_{42} & T_{43} \\ T_{51} & T_{52} & T_{53} \end{array}$	$\begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	$\begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	$ \begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	$ \begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	$ \begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	$ \begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	$ \begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$

1.2 加权影响矩阵初张索力优化数学模型

设需要张拉的吊杆总次数为 n,需要控制的参数个数为 m,首先选定一组张拉索力 {T}_{nxl},一般可将吊杆 设计成桥索力作为 {T₁},按施工顺序正装计算至成桥状态,得到成桥状态的控制参数值 {F}_{mxl},控制参数包括 成桥状态下的吊杆索力、主梁和拱肋的弯矩、主梁位移等。在正装计算过程中,每根吊杆张拉时,可获得该索 (设为 j 号索)张拉单位力时控制参数的增量 a_{ij}(索力影响系数)。如果按某种方法确定合理成桥状态的控制 参数目标值为 {F₀}_{mxl},则控制参数的目标值与当前状态的差值为

$$b = \{F_0\} - \{F\}$$
(2)

张拉索力的调整量为{Δx},式(1)中通常控制参数个数多于需要张拉的吊杆索力次数,式(2)则变成一 超静定方程组

用最小二乘法可得

$$R(x) = \| [C] \{\Delta x\} - \{b\} \| \xrightarrow{2} \min$$
(3)

根据极值原理可得

$$\boldsymbol{C}^{\mathsf{T}}[\boldsymbol{C}] \{\Delta x\} = [\boldsymbol{C}]^{\mathsf{T}} \{b\}$$

$$\tag{4}$$

在式(4)两边同乘一个加权矩阵[ρ]²,则式(4)变为

$$[\boldsymbol{C}]^{\mathrm{T}}[\boldsymbol{\rho}]^{2}[\boldsymbol{C}] \{\Delta x\} = [\boldsymbol{C}]^{\mathrm{T}}[\boldsymbol{\rho}]^{2} \{b\}$$
(5)

其中,式(4)和式(5)均为n个方程,n个未知量的线性方程组,可以证明,当[C]满秩时,式(4)和式(5)均具 有唯一解。通过 Matlab 对该方程求解出{ Δx }后,新的张拉索力为{ T_2 }={ T_1 }+{ Δx }。考虑到特大跨桥梁几何非 线性因素影响,将{ T_2 }再进行正装计算得到{ T_3 },重复以上过程,直至 $\sum_{i=1}^{n} \frac{|\Delta x_i|}{nT_i} < \varepsilon_1$,且 max $\frac{|\Delta x_i|}{T_i} < \varepsilon_2$,其中 ε_1 和 ε_2 根据工程精度确定。

1.3 加权矩阵的取用

1.2 节中提到的加权矩阵[**ρ**],其对角线上的元素为式(1)中各相应方程的加权系数,加权矩阵的取值不同,式(5)所得到的解也不同。大的加权系数对应的控制目标受控程度高,即通过矩阵加权后,控制目标调整 后的值更加接近目标值^[11-12]。加权矩阵可以有效避免顾此失彼的现象,加权系数可由两部分组成:**ρ=ρ**₁•**ρ**₂。其中:**ρ**₁考虑控制目标值的量纲,以某一种物理量作为基准 **R**₀,如索力为1,则其它物理量,如物理量位移为 **R**₀ /**R**₁,**R**₀,**R**₁分别为基准物理量和其它物理量的目标值的平均值。

ρ₂表示以控制目标的受控程度高低为主,一般的物理量取值为1,关键的物理量根据试算结果在1~10 中选取,ρ₂的取值具有不确定性,通过迭代运算可以有效减小这种选择差异带来的影响。

2 工程算例

2.1 工程概况

如图 3 所示,某桥为中承式钢箱提篮拱桥,计算跨径为 457.183 m,计算矢跨比为 1/4.5,净跨径为 450 m, 净矢高为 100 m,拱轴线平面与水平面夹角为 80°,拱平面与竖直平面的夹角为 10°,全桥吊杆采用 φS15.2 mm、 270 级环氧涂层钢绞线,单根直径 15.22 mm,标准强度 1 860 MPa,吊杆采用整束挤压式锚具,材料选用 40Cr;吊杆纵向布置间距为 10.5 m,全桥共设 37 对吊杆,每根吊杆由内、外侧吊杆组成,共 148 根吊杆。



图 3 提篮拱桥立面平面图(单位:cm) Fig.3 Elevation and floor plan of basket handle arch (Unit: cm)

2.2 加权影响矩阵初张索力求解过程

1)有限元计算模型的建立。采用 Midas civil 建立有限元空间三维杆系模型,内、外侧吊杆按单个桁架 单元模拟,计算过程考虑结构的几何非线性效应,全桥共划分 453 个单元,520 个节点,有限元计算模型见 图 4。



图 4 有限元计算模型图 Fig.4 Finite element calculation model diagram

2)影响矩阵[C]求解。按照实际吊杆张拉施工顺序模拟施工阶段,并将每一批次吊杆的张拉独立为一 个施工阶段。根据施工顺序,在1#~37#吊杆上对应阶段施加单位索力后,可以获得其余36根吊杆的索力单 位力影响量大小,从而获得矩阵[C]_{*},限于篇幅,文中仅给出了1~8#吊杆索力影响矩阵。

全桥吊杆影响矩阵影响图见图 5,同理,采用相同方法可以获得位移影响量[C]_{位移},本文不再赘述。

2019年

	1	-0.584 07	-0.375 24	-0.216 77	-0.106 85	-0.037 61	0.005 024	0.027 34
	-0.452 85	1	-0.270 51	-0.205 98	-0.136 23	-0.083 4	-0.042 7	-0.014 56
	-0.218 7	-0.203 35	1	-0.239 05	-0.187 14	-0.136 68	-0.089 29	-0.050 8
C] –	-0.099 99	-0.122 95	-0.189 99	1	-0.226 01	-0.188 31	-0.140 01	-0.093 69
[C] _{索力} =	-0.030 87	-0.055 88	-0.103 85	-0.158 39	1	-0.182 16	-0.151 78	-0.113 43
	-0.006 18	-0.028 96	-0.065 62	-0.114 55	-0.158 11	1	-0.181 79	-0.151 03
	0.005 149	-0.012 67	-0.038 15	-0.076 07	-0.117 67	-0.162 37	1	-0.179 79
	0.009 291	-0.003 38	-0.019 69	-0.464 4	-0.080 22	-0.123 05	-0.164 02	1



图 5 索力影响矩阵三维图 Fig.5 Three dimensional diagram of cable force influence matrix

由此,构造新矩阵,求得影响矩阵[C]= $\begin{bmatrix} [C]_{g_{h}} \\ \vdots \\ [C]_{dR} \end{bmatrix}$ 。

3) 期望目标值{b}的确定。本文研究施工阶段初张索力的优化,第一次计算{b}={ T_1 },{ T_1 }为设计成桥 索力,后续迭代过程为{ T_2 }={ T_1 }+{ Δx_1 },…,{ T_i }={ T_{i-1} }+{ Δx_{i-1} },其中{ Δx_i }随着迭代不断更新。

4)加权矩阵[ρ]的确定。本文中的工程实例为一 450 m 钢箱提篮拱桥,计算中主要以索力控制为核心, 关键截面位移控制为辅;因此,索力的权重系数较位移大。通过本工程吊杆位移的试算结果,加权矩阵由索 力加权矩阵[C]_{索力[ρ}和位移加权矩阵[C]_{位移[ρ}]的加权矩阵



其中,以索力为物理基准量,取值为1;物理量位移为*R*₀/*R*₁=0.8;*R*₀,*R*₁分别为索力和位移目标值的平均值,且 该平均值均以设计成桥状态为目标值。

5) 通过 Matlab 求解 { Δx }。应用 Matlab 对公式(5)进行计算,求解出 { Δx_1 },代入有限元模型进行第一轮 迭代,迭代后新的张拉索力 { T_2 }={ T_1 }+{ Δx_1 }。考虑到特大跨桥梁几何非线性因素影响,将 { T_2 }再进行正装计 算得到 { T_3 },…, { T_i }={ T_{i-1} }+{ Δx_{i-1} },多次迭代,直至收敛,收敛准则见 1.2 节。

3 计算结果及分析

为验证本文方法在大跨拱桥施工初张拉过程中的适用性,采用加权影响矩阵方法和倒拆法对文中工程 算例的吊杆初张索力进行计算。限于文章篇幅,按照实际吊杆张拉施工顺序,以1#~8#吊杆的计算结果为例 进行阐述(吊杆初张索力的张拉顺序依次为1#→2#→···→7#→8#),对索力迭代运算结果、关键截面位移及 内力变化情况进行了分析。

3.1 索力迭代运算结果分析

为了避免索力调整过程中的繁琐试算,引入加权影响矩阵作为一种加速收敛的方法,评价这种方法是 否具有可操作性,比较客观的条件之一为收敛情况。由表1及图6可见:

1)以设计成桥索力为初始索力,进行4次迭代后,1#~8#吊杆计算成桥索力与设计成桥索力的相对误差最大为0.28%,完全满足工程精度需要,且索力差值趋于稳定;

2)采用的加权影响矩阵方法应用于工程中的450m提篮拱桥,虽然该方法需要以结构满足线弹性假定为前提,但在有限元计算模型中已考虑了结构的几何非线性效应,有效避免了特大跨拱桥几何非线性对计算结果准确性的影响。

设 市 市 行 場 号 索 ナ	设计成桥	迭代1次		迭代2次		迭代3次		迭代4次	
	索力 T ₀ /kN	T_1/kN	$(T_1 - T_0 /T_0)/\%$	T_2/kN	$(T_2 - T_0 /T_0)/\%$	<i>T</i> ₃/kN	$(T_3 - T_0 /T_0)/\%$	<i>T₄</i> /kN	$(T_4 - T_0 /T_0)/\%$
1#	2 190	2 545	16.21	2 241	2.33	2 209	0.87	2 195	0.23
2#	1 800	2 267	25.94	1 871	3.94	1 821	1.17	1 805	0.28
3#	1 638	1 836	12.09	1 677	2.38	1 648	0.61	1 640	0.12
4#	1 572	1 716	9.16	1 602	1.91	1 587	0.95	1 575	0.19
5#	1 560	1 691	8.40	1 585	1.60	1 571	0.71	1 562	0.13
6#	1 540	1 647	6.95	1 554	0.91	1 547	0.45	1 541	0.06
7#	1 538	1 648	7.15	1 562	1.56	1 548	0.65	1 540	0.13
8#	1 538	1 638	6.50	1 556	1.17	1 543	0.33	1 539	0.07

表 1 加权影响矩阵索力迭代变化表 Tab.1 Iterative change of cable force for weighted influence matrix





图 6 迭代过程索力差值变化图 Fig.6 Variation diagram of cable force difference in iterative process

3.2 关键截面位移及内力计算结果分析

本工程为全钢结构桥梁,不需要考虑混凝土收缩徐变带来的影响,但需要考虑结构几何非线性效应的 影响;因此采用加权影响矩阵法及倒拆法对吊杆初张索力进行计算对比。从表2可见:

1)加权影响矩阵法与倒拆法计算得到的初张索力,其对应位移、弯矩、下缘应力差值最大分别为 5.24%, 4.33%, 3.99%;

 加权影响矩阵法将控制变量分配了权重,通过迭代运算,关键截面位移及内力更小,结构受力偏于 有利。

批五合平		位移/mm			弯矩/(kN・m)		下缘应力/MPa			
戦叫位且	本文方法	倒拆法	差值/%	本文方法	倒拆法	差值/%	本文方法	倒拆法	差值/%	
	_	_	-	-141 675.3	-142 661.4	0.70	-31.51	-31.72	0.67	
1#吊杆截面	-38.8	-39.4	1.55	-15 539.6	-15 892.3	2.27	-8.82	-9.03	2.38	
2#吊杆截面	-51.2	-52.9	3.32	-20 836.7	-21 297.5	2.21	-11.80	-12.10	2.54	
3#吊杆截面	-68.7	-71.5	4.08	-20 290.6	-20 924.8	3.13	-11.52	-11.93	3.56	
4#吊杆截面	-89.7	-93.8	4.57	-17 378.2	-17 965.2	3.38	-9.83	-10.22	3.97	
5#吊杆截面	-110.6	-116.4	5.24	-13 540.8	-14 126.7	4.33	-7.76	-8.07	3.99	
6#吊杆截面	-129.5	-133.7	3.24	-9 067.3	-9 286.7	2.42	-5.14	-5.26	2.33	
7#吊杆截面	-145.3	-151.8	4.47	-4 437.3	-4 579.5	3.20	-2.53	-2.61	3.16	
8#吊杆截面	-157.6	-163.5	3.74	229.9	238.1	3.57	0.11	0.11	0	

表 2 关键截面位移及内力计算结果表

Tab.2 Key section displacement and internal force calculation results

4 结论

采用加权影响矩阵法和倒拆法对施工阶段初张索力进行了计算,通过对索力迭代运算结果、关键截面 位移及内力计算结果的对比分析,结论如下:

1)以设计成桥索力为初始索力,经过少量的迭代运算,计算成桥索力与设计成桥索力的相对误差最大为0.28%,完全满足工程精度需要,且索力差值趋于稳定;

加权影响矩阵法将控制变量分配了权重,通过迭代运算,关键截面位移及内力计算结果均小于倒拆法,结构受力偏于有利;

3)加权影响矩阵作为一种加速收敛的方法,吊杆索力收敛速度较快,对类似桥梁成桥索力的确定或索力二次调整提供了一种新思路。

参考文献:

[1] 刘迎春,薛素铎,李雄彦.上承式拉索拱桥成桥索力优化研究[J].北京工业大学学报,2011,37(9):1343-1347.

[2] 祁超,李元松,杨恒,等.大跨径钢箱梁斜拉桥合理成桥索力的优化[J]. 武汉工程大学学报,2017,39(5):85-87.

[3] 徐海燕,杨宝山. 钢管混凝土拉索拱桥结构动力分析[J]. 华东交通大学学报,2011,28(1):34-37.

[4] 孙全胜, 孟安鑫. 基于影响矩阵法的非对称独塔斜拉桥索力优化[J]. 中外公路, 2016, 36(3): 153-158.

[5] 李杰,陈淮,等. 钢管混凝土系杆拱桥吊杆力计算及调索方法研究[J]. 铁道建筑,2014,33(1):7-10.

[6] 陈晔, 郭圣栋. 斜拉桥结构仿真分析[J]. 华东交通大学学报, 2005, 22(4): 17-21.

[7] 颜东煌. 斜拉桥合理设计状态确定与施工控制[D]. 长沙:湖南大学,2001.

[8] 杨兴,张敏,周水兴.影响矩阵法在斜拉桥二次调索中的应用[J].重庆交通大学学报(自然科学版),2009,28(3):508-511. [9] 李斐然,石磊,张哲.弯梁斜跨拱桥合理恒载状态研究[J]. 计算力学学报,2010,27(5):919-924.

[10] SUNG Y C, CHANG D W, TEO E H. Optimum post tensioning cable forces of Mau Lo His cable stayed bridge[J]. Engineering Structures, 2006, 28(10): 1407–1417.

[11] 冯 翔,赵占锋,赵宜楠,等. 基于矩阵加权多模型融合的认知跟踪波形设计[J]. 哈尔滨工业大学学报,2018,50(5):30-33. [12] 孙永河,李春好,谢晖,等. 模糊 WINGS 视角下的 ANP 加权矩阵新构造方法[J]. 计算机工程与应用,2014,50(12):27-31.

Research on Initial Cable Forces Determination Method of Basket Handle Arch Based on Weighted Influence Matrix

Liu Shijian, Zhuo Xiaoli

(Guangxi Transportation Research & Consulting Co., Ltd., Nanning 530007, China)

Abstract:Due to its complicated spatial structure and force, the conventional influence matrix method is restricted to some extent in the process of secondary cable adjustment of the suspender force of long-span basket handle arch, inconsiderateness is apt to occur. By using a 450 m long-span basket handle arch as the engineering background and increasing the weighting coefficient of the influence matrix, this study solved the weighted least-squares solution of equation through Matlab. After a small amount of iterative computation, the cable force difference was stable and the maximum relative error between the calculated cable force and the designed cable force was 0.28%. As a method of accelerating convergence with homogeneous rate of convergence, the weighted influence matrix provides a new way for determining the cable force of similar bridges in the completion stage or the secondary cable adjusting.

Key words: weighted influence matrix; basket handle arch; initial cable forces; iterative computation