

文章编号: 1005-0523(2020)03-0135-08

## 基于自权值线性判别分析算法的图像处理研究

陆荣秀, 蔡莹杰, 朱建勇, 杨 辉

(华东交通大学电气与自动化工程学院, 江西 南昌 330013)

**摘要:** 鉴于传统的线性判别分析(LDA)算法未考虑数据从高维空间嵌入到低维子空间中样本之间的相似性, 导致该算法在处理非高斯分布数据时不能取得较好的效果, 为此, 本文提出了一种改进的自权值线性判别分析算法。改进的模型通过将样本对之间的距离分布转换为样本点之间的权值以区分样本之间的差异性, 使模型考虑数据从高维空间嵌入到低维子空间中隐含的局部流形结构, 进而提高模型处理非高斯数据的能力。通过人工合成数据和真实数据对改进的模型进行实验验证, 表明改进的自权值算法在一定程度上可以改善传统 LDA 在处理非高斯数据上的降维性能。

**关键词:** 线性判别分析; 降维; 局部保持; 非高斯数据

**中图分类号:** TP311      **文献标志码:** A

**DOI:** 10.16749/j.cnki.jecjtu.2020.03.017

在机器学习和模式识别领域中, 降维是分析高维数据的一项重要方法。在各类降维算法中, 主成分分析(principle component analysis, PCA)<sup>[1]</sup>和线性判别分析(linear discriminant analysis, LDA)<sup>[2]</sup>是运用最为广泛的两种降维算法。其中, PCA 是一种无监督的算法, 而 LDA 则利用了样本的标签信息, 是一种监督学习算法, LDA 的目标是学习一个映射矩阵使得类内散度最小化的同时最大化类间散度矩阵。但是传统的 LDA 仍然存在以下缺点: 第一, 当数据维度远远超过训练样本时, 类内散度矩阵将会变成奇异矩阵, 这会导致小样本问题<sup>[3-5]</sup>, 所以传统的 LDA 不适用于超高维的数据样本; 第二, 传统的 LDA 假设输入的数据是符合高斯分布的, 但是现实世界中的真实数据往往是呈多模态的非高斯分布<sup>[6-8]</sup>, 传统 LDA 算法往往在处理非高斯分布的数据时不能够很好地捕捉到隐含在数据内部的局部流形结构, 导致降维效果不佳。

而对于非高斯分布的多模态数据, 要从高维空间映射到低维空间中且不丢失原始数据的信息, 最重要的是保证数据在从高维空间嵌入到低维空间的过程中能够保留数据的局部流形结构。为此, 许多科研工作者做了很多算法研究, 其中最具有代表性的算法就是局部保持映射(locality preserving projection, LPP)<sup>[9]</sup>, 该算法是让在原始空间中邻近成对的样本点在嵌入到低维子空间时样本点之间尽可能相互靠近, 考虑了样本之间的相似性, 从而使得非高斯分布的数据在映射到低维的子空间的过程中能够保留隐含在数据内部的局部流形结构。但是 LPP 是一种无监督的学习算法, 没有利用数据的标签信息, 在一定程度上限制了其降维的性能。

基于以上的分析, 本文提出了一种改进的线性判别分析算法, 该算法在传统的 LDA 的基础上, 通过分析传统的 LDA 算法不同形式的目标函数, 利用样本对之间在数据空间里的距离分布, 提出了一种自权值线性判别分析算法。算法的主要思想是通过将输入数据在原始空间中的距离分布转换成其对应样本点之间的权值, 对样本点之间的相似性与差异性进行区分, 以保留隐含在数据内部的局部流形结构, 从而改变了传统 LDA 赋予样本相同权值的形式, 也就是说, 在改进的自权值 LDA 算法中, 当两个样本在原始空间的距离相

**收稿日期:** 2019-11-29

**基金项目:** 国家自然科学基金地区项目(61963015, 61863014); 国家自然科学基金重点项目(61733005); 江西省自然科学基金项目(20171ACB21039, 20192BAB207024); 江西省教育厅科技项目(GJJ150552, GJJ170374)

**作者简介:** 陆荣秀(1976—), 女, 副教授, 研究方向为复杂工业过程建模, 控制与优化。

近时,则样本对之间会被赋予较大的权值,这表明其在原始空间中的相似度越大,反之则赋予较小的权值,表明相似度越小。从而使得数据从高维空间映射到低维子空间的过程中能够考虑样本点之间的差异性,抽取更多的数据局部结构信息,发现数据内部中隐含的局部流形结构。通过对传统的 LDA 和改进的自权值 LDA 算法在人工合成数据和真实数据上的实验对比分析,结果表明改进的自权值 LDA 算法相比于传统的 LDA 算法,改进的自权值 LDA 能够在一定程度上提高模型对非高斯分布的。

## 1 线性判别分析

线性判别分析算法是机器学习和模式识别领域广泛应用的降维方法,其有效利用了样本的标签信息,属于有监督的学习算法。本节将归纳总结传统线性判别分析算法的模型以及其对应的常规求解方法。

### 1.1 传统的 LDA

给定一个数据矩阵  $X=[x_1, x_2, \dots, x_j] \in \mathbf{R}^{d \times d}$ , LDA 的目的是学习一个线性转换矩阵,通过转换矩阵  $W \in \mathbf{R}^{d \times m}$  将  $d$  维的数据  $x_j$  映射到  $m$  维子空间  $y_j \in \mathbf{R}^m (d > m)$ ,使得样本点在低维空间中同类样本之间相互靠近,不同类之间的样本点相互远离。数据映射关系表达式如下

$$y_j = W^T x_j \quad (1)$$

式中: $x_j$  表示第  $j$  个样本, LDA 假设最优的转换矩阵应该最小化类内散度的同时最大化类间散度。因此不失一般性,传统的 LDA 的目标函数如下所示

$$J(W) = \min_W \text{Tr} \left( \frac{W^T S_w W}{W^T S_t W} \right) \quad (2)$$

式中:类内散度矩阵  $S_w$  以及总的散度矩阵  $S_t$  定义为

$$S_w = \sum_{k=1}^c \sum_{i,j=1}^{n_k} (x_i^k - m_k)(x_j^k - m_k)^T \quad (3)$$

$$S_t = \sum_{j=1}^n (x_j - m)(x_j - m)^T \quad (4)$$

式中: $c$  是样本的类数; $n_i$  表示第  $i$  类样本的数量; $n$  为总的样本数量; $m_k = \frac{1}{n_k} \sum_{j=1}^{n_k} x_j$  代表的是第  $k$  类样本的均值;

$m = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n x_j$  是全体样本的均值。

在目标函数式(2)中,为了确保解的唯一性,通常会对 LDA 施加正交限制,则式(2)中施加了正交限制的 LDA 目标函数为

$$\min_{W^T W = I} \text{Tr} \left( \frac{W^T S_w W}{W^T S_t W} \right) = \min_{W^T W = I} \text{Tr} \left[ (W (W^T S_t W)^{-\frac{1}{2}})^T S_w W ((W^T S_t W)^{-\frac{1}{2}}) \right] \quad (5)$$

将式(5)写成向量形式

$$\min_{W^T W = I} \sum_{k=1}^c \frac{1}{2n_k} \sum_{i,j=1}^{n_k} \| (W^T S_t W)^{-\frac{1}{2}} W^T (x_i^k - x_j^k) \|_2^2 \quad (6)$$

对于迹形式的 LDA 目标函数,式(5)通常可以通过广义特征值分解 (generalized eigenvalue decomposition, GEVD)<sup>[10]</sup> 进行求解,最优的转换矩阵  $W$  可以通过进行以下的特征值分解得到

$$S_w w_k = \lambda S_t w_k \quad (7)$$

则最优的转换矩阵  $W$  由  $S_t^{-1} S_w$  中  $k$  个最小的特征值所对应的特征向量组成,即  $W = [w_1, w_2, \dots, w_k]$ 。

从上述推导过程的式(6)中可以看出,传统 LDA 给同一类中的每个数据点都赋予了相同的权重  $\frac{1}{2n_k}$ ,这意味着 LDA 使同一类中相距较远的成对样本点彼此接近,然而,给每个点分配相同的权重意味着传统的 LDA 无法很好地区分样本的相似性与差异性,这可能会导致学习的映射矩阵无法完全辨识样本之间的判别

(C)1994-2020 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

信息,因此这种赋予样本点同样的权值对于抽取数据的局部流形结构的信息存在一定的缺陷,下面本文将基于优化式(6)进行改进,提出一种基于自权值线性判别分析的降维算法。

## 2 改进的自权值 LDA 算法

在模式识别领域中,越来越多的降维技术被运用于图片处理领域<sup>[11-15]</sup>,例如人脸图片,医学影像图片<sup>[16]</sup>等。LDA 是目前应用最广泛的图片降维技术之一,但是传统的 LDA 只适合于处理高斯分布的数据,也就是说传统的 LDA 是赋予类内样本点相同的权值,这使得 LDA 让相互远离的成对的样本点相互靠近,因此传统的 LDA 对处理高斯分布的数据具有很好的效果。

但是对于非高斯分布的数据,传统的 LDA 则难以发现隐含在数据内部的流形结构,从而导致降维效果不佳。这主要是因为传统的 LDA 算法在数据点从高维空间嵌入到低维空间的过程中没有考虑样本间的相似性和差异性,最终使学习的映射矩阵不能完全辨识样本之间的判别信息。因此本文针对传统的 LDA 无法辨识样本对之间的相似性与差异性的问题,通过将样本对之间的距离分布转换为样本对之间的权值,以区分样本对之间的差异性,基于以上的分析并结合式(6),本文改进的自权值 LDA 的目标函数定义如下

$$\min_{\mathbf{W}} \sum_{k=1}^c \sum_{i,j=1}^{n_k} \frac{\|(\mathbf{W}^T \tilde{\mathbf{S}}_i \mathbf{W})^{-\frac{1}{2}} \mathbf{W}^T (\mathbf{x}_i^k - \mathbf{x}_j^k)\|_2^2}{\|\mathbf{x}_i^k - \mathbf{x}_j^k\|_2} \quad (8)$$

令式(8)中的  $\frac{1}{\|\mathbf{x}_i^k - \mathbf{x}_j^k\|_2} = p_{ij}^k$ , 则式(8)可以写为

$$\min_{\mathbf{W}} \sum_{k=1}^c \sum_{i,j=1}^{n_k} p_{ij}^k \|(\mathbf{W}^T \tilde{\mathbf{S}}_i \mathbf{W})^{-\frac{1}{2}} \mathbf{W}^T (\mathbf{x}_i^k - \mathbf{x}_j^k)\|_2^2 \quad (9)$$

从式(9)中可以看到,如果令  $\tilde{\mathbf{W}} = (\mathbf{W}^T \tilde{\mathbf{S}}_i \mathbf{W})^{-1/2} \mathbf{W}^T$ , 则  $\tilde{\mathbf{W}}$  可以被看作为一个转换矩阵,换言之,假设在第  $k$  类中某一个样本点  $\mathbf{x}_i^k$ ,  $\tilde{\mathbf{W}}^T \mathbf{x}_i^k$  则表示将样本点  $\mathbf{x}_i^k$  通过  $\tilde{\mathbf{W}}$  投影到低维的子空间,同理,  $\|(\mathbf{W}^T \tilde{\mathbf{S}}_i \mathbf{W})^{-1/2} \mathbf{W}^T (\mathbf{x}_i^k - \mathbf{x}_j^k)\|_2^2$  则表示  $\mathbf{x}_i^k$  与  $\mathbf{x}_j^k$  在低维子空间中  $\mathbf{x}_i^k$  与  $\mathbf{x}_j^k$  之间的距离,此外,从式(9)中可以看出,传统的 LDA 给每个样本赋予相同的权值  $\frac{1}{2n_k}$ , 而新的模型则是通过参数  $p_{ij}^k$  来赋予样本对之间不同的权值,然后通过权值的大小来区分样本间的相似性与差异性,从而使得新的模型相比于传统的 LDA 算法能够抽取更多的局部结构信息。例如,当  $\mathbf{x}_i^k$  与  $\mathbf{x}_j^k$  在原始空间距离越近时,  $\|\mathbf{x}_i^k - \mathbf{x}_j^k\|_2$  越小,权值系数  $p_{ij}^k = \frac{1}{\|\mathbf{x}_i^k - \mathbf{x}_j^k\|_2}$  就会越大,也就是说,样本对  $\mathbf{x}_i^k$  与  $\mathbf{x}_j^k$  在原始空间中的相似度越大,反之则相似度越小。通过这种自权值的方式,使得改进的 LDA 模型实现以不同的权值来区分样本对之间的相似性与差异性,实现数据从高维空间嵌入到低维空间的过程中能够提取更多的隐藏在数据内部的局部结构信息,提高模型的降维效果。

### 2.1 目标函数的求解

在上一节中,本文通过在传统的 LDA 模型的基础上,改进了其不能区分样本点之间差异性的问题并定义了基于自权值的 LDA 目标函数。这一节,本文将介绍对改进的自权值 LDA 模型的求解过程。

首先在求解式(9)时,先计算样本之间的权值系数,同类样本之间的权值系数为  $p_{ij}^k$ ,不同类的样本的权值设置为 0,所以当权值系数已知时,基于自权值 LDA 算法的总的散度矩阵  $\tilde{\mathbf{S}}_i$  和类内散度  $\tilde{\mathbf{S}}_w$  定义为

$$\tilde{\mathbf{S}}_i = \sum_{j=1}^n (\mathbf{x}_j - \mathbf{m})(\mathbf{x}_j - \mathbf{m})^T \quad (10)$$

$$\tilde{\mathbf{S}}_w = \sum_{k=1}^c \sum_{i,j=1}^{n_k} p_{ij}^k (\mathbf{x}_i^k - \mathbf{x}_j^k)(\mathbf{x}_i^k - \mathbf{x}_j^k)^T \quad (11)$$

根据式(11),式(9)可以进一步写成其矩阵的形式

$$\min_{W^T W=I} \text{Tr}(W^T \tilde{S}_t W)^{-1} W^T \sum_{k=1}^c \sum_{i,j=1}^{n_k} p_{ij}^k (\mathbf{x}_i^k - \mathbf{x}_j^k) (\mathbf{x}_i^k - \mathbf{x}_j^k)^T W \quad (12)$$

其中  $\text{Tr}(\cdot)$  表示矩阵的迹,式(12)可以进一步化简为

$$J(W) = \min_{W^T W=I} \text{Tr}((W \tilde{S}_t W)^{-1} W^T X L X^T W) \quad (13)$$

其中

$$X L X^T = \sum_{k=1}^c \sum_{i,j=1}^{n_k} p_{ij}^k (\mathbf{x}_i^k - \mathbf{x}_j^k) (\mathbf{x}_i^k - \mathbf{x}_j^k)^T \quad (14)$$

式中:  $L=D-A$  为拉普拉斯矩阵,其中  $A$  为对称矩阵,  $D$  为对角矩阵,  $D$  的对角元素为对应  $A$  的每列列和,  $A$  表达式如下:

$$A = \begin{cases} p_{ij}^k & \text{if } \mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j \in \pi_k \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (15)$$

其中  $\pi_k$  表示第  $k$  类样本,权值系数  $p_{ij}^k$  可由样本点计算得到,则根据式(5),最终式(13)中的映射矩阵可以通过求解以下的广义特征值问题得到

$$X L X^T \mathbf{w}_m = \lambda \tilde{S}_t \mathbf{w}_m \quad (16)$$

其中:  $\mathbf{w}_m$  是  $\tilde{S}_t^{-1} X L X^T$  第  $k$  个最小的特征值所对应的特征向量。则最终的转换矩阵  $W^* = [\mathbf{w}_1, \mathbf{w}_2, \dots, \mathbf{w}_m]$ 。对改进的自权值 LDA 目标函数的具体求解过程如下:

输入: 数据矩阵  $X \in \mathbf{R}^{d \times n}$ , 标签:  $y \in \mathbf{R}^m$  降维的维数为  $m$ 。

- 1) 计算样本对之间的权值系数  $p_{ij}^k$ ;
- 2) 计算  $L=D-A$  以及  $\tilde{S}_t = X L X^T$ ;
- 3) 计算转换矩阵  $W$ , 它的每一列是  $\tilde{S}_t^{-1} X L X^T$  第  $m$  个最小的特征值所对应的特征向量。

输出: 转换矩阵  $W^* \in \mathbf{R}^{d \times m}$ 。

### 3 实验

#### 3.1 实验设置

为了有效的分析改进的自权值算法的降维性能,设置的实验主要由三部分组成,第一部分主要是针对于人工数据,用随机生成的符合高斯分布的数据和非高斯分布的数据,来可视化检验传统的 LDA 以及改进的自权值 LDA 的降维效果。第二部分主要为常见的 UCI 数据集,对比的算法分别是相关传统的降维算法 LDA 和 LPP;第三部分实验主要为人脸图片,对比的算法为传统的 LDA 算法。实验中我们随机从每个类中选择相同比例的样本用作训练集,其余的样本用于测试集,训练集的比例设置为 0.5。另外,采用 PCA 预处理以保留所有数据的 95% 信息以便删除数据协方差矩阵的零空间。实验中,使用  $k$  最近邻 ( $k$ -Nearest-Neighbor,  $k$ NN) ( $k=1$ ) 分类器对样本进行预测分类。每次实验随机分割数据集进行预测,分别进行 20 次。不同算法在不同维度的预测正确率如图 2 所示,在所有的降维维度中,预测的最好的平均正确率的维度及其标准偏差如表 4 和表 5 所示。

#### 3.2 数据集描述

##### 3.2.1 实验二数据集介绍

实验二选取了 6 个数据集,在表 2 中给出,分别是: Control, Segment, Dermatology, Letter, Mnist, USPS。Dermatology 为皮肤病学数据集,这个数据库包含 34 个属性,其中 33 个是线性值,一个是标称值。Mnist 标准的手写数字数据库,它包含 3 495 张手写数字图片共 10 类,每张图片的为 784 个像素点。USPS 是美国邮政 USPS 的手写数据集,它包含 9 298 张手写数字图片共 10 类,每张图片的大小为  $16 \times 16$  个像素点。关于不同数据集的具体描述如表 1 所示。

表 1 UCI 数据集描述  
Tab.1 UCI data set description

名称	类数	训练集	维度
Control	6	600	60
Segment	7	2 310	19
Dermatology	6	366	34
Letter	26	20 000	16
Mnist	10	3 495	784
USPS	10	9 298	256

### 3.2.2 实验三人脸数据集介绍

实验三的人脸数据集在表 4 中给出,分别是 AR, FERET, MSRA25, ORL, Umist, YaleFace。各个数据集的简短介绍如下:

AR 数据集包含超过 4 000 张彩色图像,对应 126 张人脸,图像具有不同面部表情、照明条件和遮挡的正面视图脸。FERE 是一个标准的面部图像数据库,它共收集了 14 126 张图像,涉及 1 199 个人。它包含 20 类共 574 张人脸图片,每张图像的像素点 10 304 个像素点。MSRA25 包含 12 个受试者的 1 799 张脸部灰度图片,每一类中有 113~186 张不同姿势的照片。每张图像的像素点是 16×16 像素。ORL 共包含 40 个不同人的 400 张图像。每张图像的像素点是 32×32 像素。Umist 人脸数据库由 564 张 20 人的图像组成。每个人都以从侧面到正面的一系列姿势。YaleFace 人脸数据库包含 165 张 15 人的 GIF 格式灰度图像。每个受试者有 11 个图像。关于不同数据集的具体描述如表 2 所示。

表 2 人脸数据集描述  
Tab.2 Face data set description

名称	类数	样本数	维度
AR	100	2 600	4 980
FERET	200	1 400	1 024
MSRA25	12	1 799	256
ORL	40	400	1 024
Umist	20	574	10 304
YaleFace	15	165	4 096

### 3.3 实验结果与分析

为了体现提出的算法的有效性,本文分别用人工数据,常规的 UCI 数据集以及人脸数据集分别对模型性能进行评估,在实验中本文对比了 3 种相关的降维算法,分别是 LDA, LPP。其中 LDA 是监督的降维算法, LPP 是无监督的降维算法。

在实验结果中,人工数据实验的结果如图 1 所示,图 1 中虚线代表的是 LDA 求解的投影方向,实线代表的是改进的算法求解的投影方向。图 1(a)中的数据为人工随机生成的高斯分布数据,图 1(b)中的数据则是非高斯分布的人工数据。从图中可以看出,对于高斯分布的数据,LDA 和改进的新算法所学习的映射方向基本一致,而对于处理非高斯分布的数据,LDA 学习的投影方向会出现许多样本的重叠,这说明加入了自权值后得新算法相比于传统的 LDA 很好的保留了数据局部的几何结构。

UCI 数据实验结果如表 3,图 2 所示,在图 2 中,轴表示降维的维度, $x$  轴为分类的正确率,分类器为  $k$  最近邻(kNN)( $k=1$ )分类器。OUR 代表的是改进的算法,LDA, LPP 为相关的对比算法。实验的数据集如表 3 所示,每种算法在不同的数据集中最好的分类正确率以及标准差如表 2 所示,在不同的降维维度不同算法的正确率如图 2 所示。

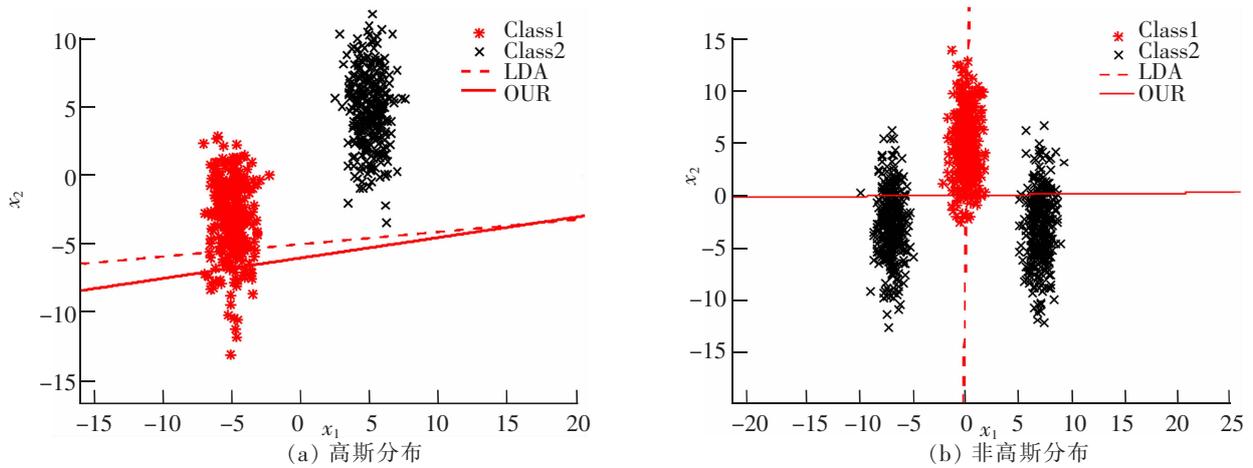


图1 改进的LDA与传统LDA在 Gaussian 分布与非 Gaussian 分布的人工数据上学习投影效果

Fig.1 The proposed LDA and the traditional LDA learning projection results on the artificial data of Gaussian distribution and non-Gaussian distribution

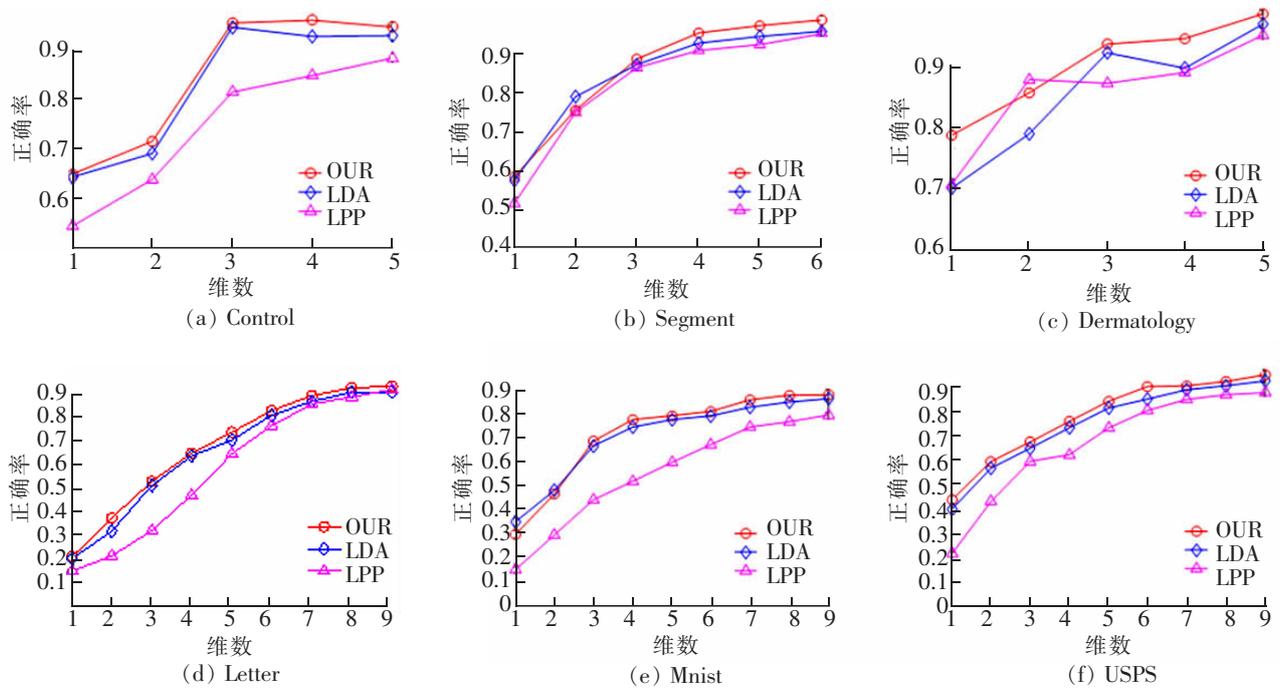


图2 UCI 数据在不同对比算法中不同降维维度上的平均正确率

Fig.2 Average accuracy of UCI data with different dimension reduction in different comparison algorithms

表3 UCI 数据集识别的平均正确率(均值±标准差),最好的预测结果用黑色加粗

Tab.3 The average accuracy of UCI dataset identification (mean ± standard deviation (reduction dimension), and the best prediction results in bold)

数据集	LDA	LPP	OUR
Control	94.58±1.28(3)	88.30±1.97(5)	96.02±1.12(4)
Segment	91.74±0.80(6)	92.39±0.66(6)	95.31±0.59(6)
Dermatology	95.62±1.50(5)	93.79±1.91(5)	97.32±1.22(5)
letter	92.33±1.62(9)	91.49±1.39(9)	92.75± 1.77(9)
Mnist	85.86±0.81(9)	78.93±0.89(9)	87.44±0.89(9)
USPS	90.50±0.98(9)	85.74±1.56(9)	93.06±1.05(9)

人脸图片数据实验结果如表4所示,OUR代表的是改进的线性判别分析算法,LDA代表的是传统的线性判别分析算法。baseline表示的是没有经过降维处理所分类的正确率。实验中所用的人脸数据集在表3中给出。从以上的实验结果中,本文可以得出以下结论:

表4 人脸数据集识别的平均正确率(均值±标准差(降维维度)),最好的预测结果用黑体加粗

Tab.4 The average accuracy of Face dataset identification (mean ± standard deviation (reduction dimension)), and the best prediction results in bold

Data	baseline	LDA	OUR
FERET	35.70±1.99	73.4±1.20(18)	78.93±0.99(20)
Umist	98.51±0.66	97.51±1.16(18)	98.79±0.77(20)
MSRA5	99.54±0.31	99.94±0.08(10)	99.95±0.08(9)
AR	57.96±1.88	96.80±0.48(20)	97.23±0.45(20)
ORL	92.20±2.29	97.79±1.12(14)	99.16±0.76(18)
YaleFace	64.16±6.10	93.83±1.71(12)	93.58±2.71(6)

1) 从图1中的人工数据实验可以看出,对于高斯分布的数据,LDA和新算法都能有较好的表现,而对于处理非高斯分布的数据,传统的LDA表现性能不佳,学习的映射方向经过样本点的投影后出现了许多样本点的重叠,而新算法则很好的保留了数据的局部几何结构,体现了改进的自权值LDA算法对非高斯数据的处理能力。

2) 从表4中可以看出,改进的线性判别分析算法的预测最佳正确率均高于传统的降维算法,这表明改进的算法在加入了自权值的特性后,能够抽取样本点之间更多的判别信息,提高了降维性能。

3) 从图2中可以看出,对于Mnist数据集,改进的算法与LPP的表现整体好于传统的LDA算法,这表明相比于传统的LDA算法,改进的线性判别分析算法和LPP都能够通过区分样本间的相似性与差异性提高降维性能,而对于Control, Mnist, USPS数据集等,改进的算法和LDA的表现则整体好于LPP,这是因为LPP是无监督的学习算法,它没有利用标签信息,而改进的新算法则是附带有自权值的监督学习算法,充分的利用了样本的标签信息,因此整体的表现性能更好。

4) 从表4中可以看出,在6个人脸数据集中,改进的模型只有在YaleFace的数据集上的分类正确率略低于传统的LDA,在其他人脸数据集上,改进的模型的预测分类正确率均优于传统LDA。这表明改进的新算法由于考虑了样本之间的相似性与差异性,从而使得新模型能够在样本点从高维空间嵌入到低维空间的过程中考虑隐含在数据内部的流形结构,因此整体性能得到改善。

## 4 结论

本文针对传统的线性判别分析(LDA)算法未考虑数据从高维空间嵌入到低维空间中的局部流形结构,在处理非高斯分布数据时不能取得较好效果的问题,提出了一种新的监督降维的算法,利用数据在原始空间的距离分布,将样本间的距离分布大小转换为样本对之间的权值来用作区分样本间的差异性,从而使得数据从高维空间映射到低维空间中能够保留数据中的局部几何结构,使得新的模型相比传统LDA算法不仅适用高斯分布的数据,同样也适用于非高斯分布的数据。大量的实验表明改进的新算法相比于传统的线性判别分析算法能够更好的抽取数据局部的流形结构,也充分验证了新算法的有效性。

## 参考文献:

[1] WOLD S, ESBENSEN K, GELADI P. Principal component analysis[J]. Chemometrics and intelligent laboratory systems, 1987, 2

(1-3): 37-52.  
(C)1994-2020 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

- [2] RAO C R. The utilization of multiple measurements in problems of biological classification[J]. *Journal of the Royal Statistical Society. Series B (Methodological)*, 1948, 10(2):159–203.
- [3] HALL P, MARRON J S, NEEMAN A. Geometric representation of high dimension, low sample size data[J]. *Journal of the Royal Statistical Society: Series B (Statistical Methodology)*, 2005, 67(3):427–444.
- [4] KUMAR N, AGRAWAL R K. Two dimensional exponential discriminant analysis for small sample size in face recognition[J]. *International Journal of Artificial Intelligence and Soft Computing*, 2016, 5(3):194–208.
- [5] HALL P, MARRON J S, NEEMAN A. Geometric representation of high dimension, low sample size data[J]. *Journal of the Royal Statistical Society: Series B (Statistical Methodology)*, 2005, 67(3):427–444.
- [6] BOUTEMEDJET S, BOUGUILA N, ZIOU D. A hybrid feature extraction selection approach for high-dimensional non-gaussian data clustering[J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2009, 31(8):1429–1443.
- [7] HE X, YALUO T, HOU C, NIE F, et al. Dimension reduction for non-gaussian data by adaptive discriminative analysis[J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2018:1–14.
- [8] KIM T K, KITTLER J. Locally linear discriminant analysis for multimodally distributed classes for face recognition with a single model image[J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2005, 27(3):318–327.
- [9] HE X, NIYOI P. Locality preserving projections[C]//*Advances in neural information processing systems*, 2004:153–160.
- [10] ZHOU W. Generalized eigenvalue decomposition in time domain modal parameter identification[J]. *Journal of Vibration & Acoustics*, 2008, 130(1):761–769.
- [11] 李燕燕, 闫德勤, 刘胜蓝. 基于密度刻画的降维算法[J]. *计算机工程*, 2011, 37(21):138–140.
- [12] 谈锐, 陈秀宏. 半监督的局部保留投影降维方法[J]. *计算机工程*, 2012, 38(6):181–183.
- [13] 蔡体健, 徐君, 谢昕. 分块组合搜索的结构稀疏人脸识别模型[J]. *华东交通大学学报*, 2015, 32(3):118–125.
- [14] 王小芳, 康琛, 程宏波, 等. 基于红外图像处理的变电设备热故障自动诊断方法[J]. *华东交通大学学报*, 2019(3):111–118.
- [15] 刘晓薇. 基于 PM 方程的指纹扫描仪图像增强算法研究[J]. *华东交通大学学报*, 2015, 32(1):110–114.
- [16] 蒋先刚, 熊娟, 丘赞立, 等. 基于 Hessian 特征的视网膜血管图像的增强滤波算法[J]. *华东交通大学学报*, 2013(3):37–43.

## Application of Self-Weight Linear Discriminant Analysis in Dimension Reduction

Lu Rongxiu, Cai Yingjie, Zhu Jianyong, Yang Hui

(School of Electrical and Automation Engineering, East China Jiaotong University, Nanchang 330013, China)

**Abstract:** The traditional linear discriminant analysis (LDA) algorithm does not consider the similarity between the samples embedded from the high-dimensional space to the low-dimensional space. Therefore, it often fails to achieve good results for non-Gaussian data. In this paper, a self-weight linear discriminant analysis algorithm is proposed. The new model assigns weights of the sample pairs by measuring the Euclidean distance between the sample pairs to differentiate the importance of each data point so that the underlying local manifold structure can be discovered, which can improve the ability of the model to process non-Gaussian data. Extensive experiments conducted on synthetic and real data demonstrate that the proposed algorithm has improved the dimension reduction performance of traditional LDA in processing non-Gaussian data to some extent.

**Key words:** linear discriminant analysis; dimension reduction; locality preserving; non-Gaussian data