

文章编号: 1005-0523(2020)06-0001-06

基于位移控制新法的结构非线性有限元数值模拟

陈梦成, 李嘉钰

(华东交通大学土木建筑学院, 江西 南昌 330013)

摘要:在材料、构件和结构的非线性问题有限元数值模拟过程中, 当需要模拟达到或通过荷载-位移空间中平衡路径的极值点以及软化下降段时, 荷载增量控制法一般是无能为力的。为了克服这个困难, 利用杜修力等人提出的位移控制新理论, 对有限元求解方程中的刚度矩阵的主对角元素乘以大数, 并将边界条件引入到有限元求解方程中, 使得新的刚度矩阵依然具有对称性和带状性, 仅需要对经典的荷载控制法程序做少量的修补, 而且运算过程简单、迭代计算量少。最后采用 MATLAB 编制程序, 并结合实际算例进行分析, 结果表明: 本文建立的方法不但有效、可行, 而且简单。

关键词: 结构非线性; 有限元分析; 位移控制法

中图分类号: TU311.4

文献标志码: A

本文引用格式: 陈梦成, 李嘉钰. 基于位移控制新法的结构非线性有限元数值模拟[J]. 华东交通大学学报, 2020, 37(6): 1-6.

Citation format: CHEN M C, LI J Y. Nonlinear numerical simulation of finite element based on a new displacement control method [J]. Journal of East China Jiaotong University, 2020, 37(6): 1-6.

DOI: 10.16749/j.cnki.jecjtu.2020.06.001

结构全过程分析是非线性分析理论的基础, 它常常应用于大跨度空间结构的设计之中。在结构非线性全过程分析中, 刚度矩阵的组装、计算方法及迭代方式的选取, 都将对结果产生重大的影响。近年来, 人们一直在对结构非线性全过程分析中的迭代控制算法进行研究, 提出了压缩平衡迭代法、人工弹簧法、位移控制法、弧长法等多种方法。王志军等^[1]在常规的位移控制法和弧长法中引入了简单适用的考虑路径搜寻和单因子加速的方法, 能明显改善收敛情况; 郑宏等^[2]利用 Sherman-Morrison 定理, 对经典的荷载增量控制法程序做了少量的修补, 构建了一个有良好数值特性且只需很少运算量的位移控制法程序; 杜柏松等^[3]引入广义位移作为约束方程来确定荷载增量因子, 从而控制结构荷载加载的全过程, 形成了广义的位移控制法; 许茂等^[4]针对负刚度结构, 采用了附加正刚度弹簧的方法进行了分析, 解决了负刚度切线矩阵在有限元分析中造成的迭代求解不收敛的问题; 李钢等^[5]证明了拟力法在计算结构负刚度时的优势, 它是一种高效的非线性分析方法; 曲激婷等^[6]基于向量式有限元的基本思想, 提出了力-位移控制的复合模拟方法, 此方法可以很好地求解结构的大变形问题; AL-Aukaily 等^[7]采用了直接微分法和向前差分法, 同时考虑结构的几何非线性和材料非线性, 对求解结构响应所用位移控制法的相关参数进行了敏感度分析。

利用杜修力等提出的位移控制新方法^[8], 编写相关计算程序, 并结合实际算例, 对结构的非线性全过程进行有限元分析, 验证位移控制新方法的有效性、正确性和可行性。

1 U.L.列式下增量有限元方程

根据连续性介质力学和虚位移原理^[9], 并以时刻结构的状态作为基准参考构型, 应变、应力以及位移的增量关系为^[10]

$${}^{t+\Delta t}\boldsymbol{\varepsilon} = {}^t\boldsymbol{\varepsilon} + \Delta\boldsymbol{\varepsilon} \quad (1)$$

$${}^{t+\Delta t}\boldsymbol{\sigma} = {}^t\boldsymbol{\sigma} + \Delta\boldsymbol{\sigma} \quad (2)$$

$${}^{t+\Delta t}\boldsymbol{u} = {}^t\boldsymbol{u} + \Delta\boldsymbol{u} \quad (3)$$

收稿日期: 2020-09-01

基金项目: 国家自然科学基金项目(51878275)

作者简介: 陈梦成(1962—), 男, 教授, 博士, 博士生导师, 研究方向为工程结构材料耐久性、组合结构。E-mail: 531782112@qq.com

式中: $t+\Delta t$ 时刻的应变、应力以及位移分别是 t 时刻的应变、应力以及位移与其对应增量之和。注意到式(1)中应变增量是由线性和非线性两部分组成,则有

$$\Delta\varepsilon=\Delta\varepsilon_L+\Delta\varepsilon_{NL} \quad (4)$$

根据虚功原理,增量虚功方程为

$$\int_V (\delta\Delta\varepsilon_L)^T \mathbf{D} \Delta\varepsilon dv + \int_V (\delta\Delta\varepsilon_{NL})^T \mathbf{D} \Delta\varepsilon dv + \int_V (\delta\Delta\varepsilon_{NL})^T \Delta'\sigma \varepsilon dv = \int_V (\delta\mathbf{u})^T \mathbf{X} dv + \int_V (\delta\mathbf{u})^T \bar{\mathbf{X}} dA - \int_V (\delta\Delta\varepsilon_L)^T \sigma' dv \quad (5)$$

式中: \mathbf{D} 为弹性矩阵; \mathbf{X} 和 $\bar{\mathbf{X}}$ 分别为单位体积的体力载荷和面力载荷。

为使式(5)非线性方程可解,忽略应变高阶小量第二项的影响,即认为增量段的非线性部分可以忽略不计,并作如下线性化处理

$$\left. \begin{aligned} \Delta\varepsilon &\approx \Delta\varepsilon_L \\ \delta\Delta\varepsilon &\approx \delta\Delta\varepsilon_L \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

将式(6)代入式(5)中进行化简,得到增量形式的 U.L. 方程为

$$\int_V (\delta\Delta\varepsilon_L)^T \mathbf{D} \Delta\varepsilon dv + \int_V (\delta\Delta\varepsilon_{NL})^T \sigma' dv = \int_V (\delta\mathbf{u})^T \mathbf{X} dv + \int_A (\delta\mathbf{u})^T \bar{\mathbf{X}} dA - \int_V (\delta\Delta\varepsilon_L)^T \sigma' dv \quad (7)$$

在有限单元法中,构造出满足变形协调条件的插值函数,使得单元位移增量能用单元节点位移增量表示

$$\Delta\mathbf{u} = \mathbf{N} \Delta\mathbf{u}^e \quad (8)$$

对式(8),同时对等式两边位移增量取变分,有

$$\delta\Delta\mathbf{u} = \mathbf{N} \delta\Delta\mathbf{u}^e \quad (9)$$

单元应变增量为

$$\Delta\varepsilon = \Delta\varepsilon_L + \Delta\varepsilon_{NL} \quad (10)$$

线性分量为

$$\Delta\varepsilon_L = \mathbf{B}_L \Delta\mathbf{u}^e \quad (11)$$

非线性分量为

$$\Delta\varepsilon_{NL} = \frac{1}{2} \Delta A \theta = \frac{1}{2} \Delta A G \Delta\mathbf{u}^e = \tilde{\mathbf{B}}_{NL} \Delta\mathbf{u}^e \quad (12)$$

对式(11)和式(12)中应变增量取变分,有

$$\delta\Delta\varepsilon_L = \mathbf{B}_L \delta\Delta\mathbf{u}^e \quad (13)$$

$$\delta\Delta\varepsilon_{NL} = \frac{1}{2} (\delta\Delta A) \theta + \frac{1}{2} \Delta A \delta\theta \quad (14)$$

由于 $(\delta\Delta A) \theta = \Delta A \delta\theta$, 并将其代入式(14)中,得

$$\delta\Delta\varepsilon_{NL} = \Delta A \delta\theta = \Delta A G \delta\mathbf{u}^e = \mathbf{B}_{NL} \delta\Delta\mathbf{u}^e \quad (15)$$

将上述应变增量的变分和应力表达式代入式(7),并将作用在单元上的体荷载、面荷载根据静力等效原则转化为等效节点荷载 $\Delta\mathbf{P}^e$, 即可得到 U.L. 列式下的增量有限元方程

$$\int_V (\mathbf{B}_L)^T \mathbf{D} \mathbf{B}_L dv \Delta\mathbf{u}^e + \int_V (\mathbf{B}_{NL})^T \sigma' dv = \Delta\mathbf{P}^e - \int_V (\mathbf{B}_L)^T \sigma' dv \quad (16)$$

又因为为

$$\int_V (\mathbf{B}_{NL})^T \sigma' dv = \int_V (\Delta A G)^T \sigma' dv = \int_V \mathbf{G}^T \mathbf{M} G dv \Delta\mathbf{u}^e \quad (17)$$

因此式(16)可以化简为

$$(\mathbf{K}_L + \mathbf{K}_G) \Delta\mathbf{u}^e = \Delta\mathbf{P}^e - \mathbf{f}^e \quad (18)$$

其中

$$\mathbf{K}_L = \int_V (\mathbf{B}_L)^T \mathbf{D} \mathbf{B}_L dv \quad (19)$$

$$\mathbf{K}_G = \int_V \mathbf{G}^T \mathbf{M} G dv \quad (20)$$

$$\mathbf{f}^e = \int_V (\mathbf{B}_L)^T \boldsymbol{\sigma} dv \quad (21)$$

式中: \mathbf{K}_L 为整体坐标下的弹性刚度矩阵; \mathbf{K}_G 为整体坐标下的几何刚度矩阵, 两者之和为单元切线刚度矩阵; \mathbf{f}^e 为单元抵抗力向量。

2 位移控制新方法

2.1 传统位移控制法

传统的位移控制法(displacement control method, DCM)是求解材料、构件及结构包含极限强度后软化下降段的荷载-位移关系非线性全过程曲线的常用方法之一, 它是通过引入给定力作用节点(位移控制点)的位移增量来反求荷载增量和其它未知节点的位移增量。其一般迭代方程为^[11]

$$[\mathbf{K}_T]_i \{\Delta \mathbf{U}\}_{i+1} = \Delta \lambda^j \{\mathbf{P}\} + [\mathbf{R}]_i \quad (22)$$

式中: $[\mathbf{K}_T]_i$ 为结构的切线刚度矩阵; $\Delta \lambda$ 为荷载因子增量; $\{\mathbf{P}\}$ 为参考荷载向量; $[\mathbf{R}]_i$ 为不平衡力向量; j 为增量步数; i 为迭代次数。接下来根据控制位移向量对结构的迭代平衡方程式(22)进行重新排序, 即对结构的切线刚度矩阵、荷载向量以及不平衡力向量进行如下分块

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}_{11} & \mathbf{K}_{12} \\ \mathbf{K}_{21} & \mathbf{K}_{22} \end{bmatrix}_i \begin{Bmatrix} \Delta u_1 \\ \Delta u_2 \end{Bmatrix}_{i+1} = \Delta \lambda^j \begin{Bmatrix} P_1 \\ P_2 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} r_1 \\ r_2 \end{Bmatrix}_i \quad (23)$$

令结构位移增量 $\{\Delta \mathbf{U}\}$ 的分量 Δu_2 为所需控制的位移分量, 且为已知给定位移分量增量数值, 即 $\Delta u_2 = \bar{\Delta u}$, 再对式(23)进行变量交换, 可得

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}_{11}^j - P_1 \\ \mathbf{K}_{21}^j - P_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta u_1 \\ \Delta \lambda \end{Bmatrix}_{i+1} = \begin{Bmatrix} r_1 \\ r_2 \end{Bmatrix}_i - \bar{\Delta u} \begin{Bmatrix} \mathbf{K}_{12} \\ \mathbf{K}_{22} \end{Bmatrix}_i \quad (24)$$

从式(24)中可以发现, 交换变量的过程破坏了原切线刚度矩阵的对称性和带状性的特点, 这给直接求解带来了很大的困难。于是, 展开式(24)中的第一项, 得

$$[\mathbf{K}_{11}]_i \{\Delta u_1\}_{i+1} = \Delta \lambda^j \{P_1\} + \{r_1\}_i - \bar{\Delta u} [\mathbf{K}_{12}]_i \quad (25)$$

接着, 假设待求位移增量 $\{\Delta u_1\}_{i+1}$ 为下面两项的线性组合

$$\{\Delta u_1\}_{i+1} = \Delta \lambda^j \{\Delta u^{(1)}\}_{i+1} + \{\Delta u^{(2)}\}_{i+1} \quad (26)$$

且有

$$[\mathbf{K}_{11}]_i \{\Delta u^{(1)}\}_{i+1} = \{P_1\} \quad (27)$$

$$[\mathbf{K}_{11}]_i \{\Delta u^{(2)}\}_{i+1} = \{r_1\}_i - \bar{\Delta u} [\mathbf{K}_{12}]_i \quad (28)$$

此时, 可以解出未知向量 $\{\Delta u^{(1)}\}_{i+1}$ 及 $\{\Delta u^{(2)}\}_{i+1}$, 然后, 将式(26)的右边代入式(24)的第二项展开式中, 即可得到荷载因子增量

$$\Delta \lambda^j = \frac{-\{r_2\}_i + [\mathbf{K}_{21}]_i \cdot \{\Delta u^{(2)}\}_{i+1} + \bar{\Delta u} [\mathbf{K}_{22}]_i}{\{P_2\} - [\mathbf{K}_{21}]_i \cdot \{\Delta u^{(1)}\}_{i+1}} \quad (29)$$

至此, 可以计算出每一步迭代中的荷载因子增量 $\Delta \lambda$, 最终可计算其余点位移分量。

2.2 位移控制新方法

传统位移控制法的求解过程需将有限元方程的刚度矩阵进行分块并重新排列, 从而得到新的方程和系数矩阵, 但新的系数矩阵将不再具有原刚度矩阵的对称性及带状性, 会使计算量显著增加, 且计算过程较为复杂, 最终带来诸多计算上的不便。

一般地, 有限元增量方程可写为

$$[\mathbf{K}_T]_i \{\Delta \mathbf{U}\} = \{\Delta \mathbf{F}\} \quad (30)$$

式中: $[\mathbf{K}_T]_i$ 为 t 时刻的结构切线刚度矩阵; $\{\Delta \mathbf{U}\}$ 为结构的节点位移增量; $\{\Delta \mathbf{F}\}$ 为结构的节点荷载增量。当结构响应进入极限状态后的软化阶段, 切线刚度矩阵 $[\mathbf{K}_T]_i$ 通常为非正定矩阵, 此时增量方程(30)是“病态”

的,求解结果一般不收敛。为克服这个困难,杜修力等人提出了一个新的位移控制方法^[8](new displacement control method, N-DCM),简述如下。

在式(30)两边同时加上 $[\mathbf{K}_T]_0\{\Delta\mathbf{U}\}$,则方程(30)进一步改写为

$$[\mathbf{K}_T]_0\{\Delta\mathbf{U}\} + [\mathbf{K}_T]_i\{\Delta\mathbf{U}\} = \{\Delta\mathbf{F}\} + [\mathbf{K}_T]_0\{\Delta\mathbf{U}\} \quad (31)$$

或

$$[\mathbf{K}_T]_0\{\Delta\mathbf{U}\} = \{\Delta\mathbf{F}\} + \{\Delta\mathbf{R}\} \quad (32)$$

式中: $[\mathbf{K}_T]_0$ 为初始时刻的结构切线刚度矩阵; $\{\Delta\mathbf{R}\} = ([\mathbf{K}_T]_0 - [\mathbf{K}_T]_i)\{\Delta\mathbf{U}\}$ 。

该方法的实现过程是将已知控制点的位移 $u_i = \bar{u}_i$ 引入到有限元方程中,并将对应初始切线刚度矩阵中的主对角元素 K_{ii} 乘以一个的大数 α (一般可取 $\alpha = 10^{20}$),便可得到对应新的主对角元素 αK_{ii} ;然后,将荷载列向量中对应的元素 P_i 改为 $\alpha K_{ii} \bar{u}_i$,同时不再引入参考荷载向量和荷载因子增量;最后,可以得到新的增量迭代平衡方程

$$[\bar{\mathbf{K}}_T]_0\{\Delta\mathbf{U}\}^j_{i+1} = \{\Delta\bar{\mathbf{F}}\} + \{\Delta\mathbf{R}\}^j_i \quad (33)$$

式中: $[\bar{\mathbf{K}}_T]_0$ 为引入所乘大数和几何边界条件后的结构初始切线刚度矩阵; $\{\Delta\bar{\mathbf{F}}\}$ 为修改后的外荷载矩阵,在整个迭代求解过程中是不变的。

不平衡力的计算公式为

$$\{\Delta\mathbf{R}\}^j_i = ([\mathbf{K}_T]_0 - [\mathbf{K}_T]_i) \cdot \{\Delta\mathbf{U}\}^j_i \quad (34)$$

每一个位移增量步内的迭代收敛条件为

$$|\{\Delta\mathbf{U}\}^j_{i+1} - \{\Delta\mathbf{U}\}^j_i| \leq \delta \quad (35)$$

可见,新的切线刚度矩阵 $[\bar{\mathbf{K}}_T]_0$ 仍保持对称性和带状性,且在整个迭代过程中不发生变化,之后便可以很容易地计算出迭代过程中的位移增量。

下面给出具体的迭代求解计算过程。

1) 确定控制点的位移增量步步长 \bar{u}_i ,确定允许位移收敛误差 δ ,计算结构初始切线刚度 $[\mathbf{K}_T]_0$,组装引入结构位移修改后的荷载增量 $\{\Delta\bar{\mathbf{F}}\}$,计算引入结构位移修改后的刚度矩阵 $[\bar{\mathbf{K}}_T]_0$,从第一步增量开始,令不平衡力 $\{\Delta\mathbf{R}\}$ 为0并代入式(32)中可计算出初始位移增量 $\{\Delta\mathbf{U}\}^1_1$ 。

2) 进入第一次迭代,下面开始计算不平衡力 $\{\Delta\mathbf{R}\}^1_1$ 。先计算初始位移增量 $\{\Delta\mathbf{U}\}^1_1$ 下的结构切线刚度矩阵 $[\mathbf{K}_T]_1$,然后由式(34)可得: $\{\Delta\mathbf{R}\}^1_1 = ([\mathbf{K}_T]_0 - [\mathbf{K}_T]_1) \cdot \{\Delta\mathbf{U}\}^1_1$ 。

3) 进入第二次迭代,由式(33)得方程 $[\bar{\mathbf{K}}_T]_0\{\Delta\mathbf{U}\}^2_2 = \{\Delta\bar{\mathbf{F}}\} + \{\Delta\mathbf{R}\}^1_1$,解得 $\{\Delta\mathbf{U}\}^2_2$ 。

4) 判断是否满足位移收敛条件: $|\{\Delta\mathbf{U}\}^j_{i+1} - \{\Delta\mathbf{U}\}^j_i| \leq \delta$ 。若满足,结束第一步位移增量步的迭代, $\{\mathbf{U}\}^1 = \{\Delta\mathbf{U}\}^1_{i+1}$,进入步骤5)。否则,继续重复步骤2)和3)计算新的不平衡力 $\{\Delta\mathbf{R}\}^j_{i+1}$ 和新的位移增量 $\{\Delta\mathbf{U}\}^j_{i+2}$,直至满足位移收敛条件为止。

5) 用第二步增量或第 j 步增量,计算节点总位移向量: $\{\mathbf{U}\}^j = \{\mathbf{U}\}^{j-1} + \{\Delta\mathbf{U}\}^j_{i+1}$ 。

6) 每个位移增量步迭代完成后,要反算出外荷载增量: $\{\Delta\mathbf{P}\}^j_{i+1} = [\mathbf{K}_T]_i\{\Delta\mathbf{U}\}^j_{i+1}$,并累加外荷载增量得到总外荷载向量: $\{\mathbf{P}\}^j = \{\mathbf{P}\}^{j-1} + \{\Delta\mathbf{P}\}^j_{i+1}$,继续从第一步开始,直到 $j = n$ 完成最终增量步数,得到结构的荷载-位移全过程曲线。

使用位移控制新方法时需注意:每个增量位移步迭代完成后要及时反算出结构的外荷载增量,并进行总荷载和总位移的累加;在U.L.列式下进行求解时,还应注意局部坐标与整体坐标的转化,在计算不平衡力时,先将整体坐标下的 $\{\Delta\mathbf{U}\}^j_i$, $[\mathbf{K}_T]_0$ 以及 $[\mathbf{K}_T]_i$ 转换为局部坐标下对应的矩阵,然后求得局部坐标下的不平衡力,最后将局部坐标下的不平衡力转换为整体坐标下的不平衡力进行求解。

3 算例分析

3.1 几何非线性

选取 William 肘式框架^[12]进行计算分析,William 肘式框架是众多学者检验其所建立理论有效性及正确

性的典型算例,其原因在于该结构具有显著的几何非线性特征,同时又具备可以用来与理论值对比的试验结果,如图 1 所示。该结构两端固结,水平方向跨度为 657.6 mm, 竖直方向高为 9.8 mm, 杆件为细长矩形等截面直杆,截面宽 19.1 mm,高 6.17 mm,弹性模量为 71 018.5 MPa, 框架顶端作用一竖向集中力荷载。

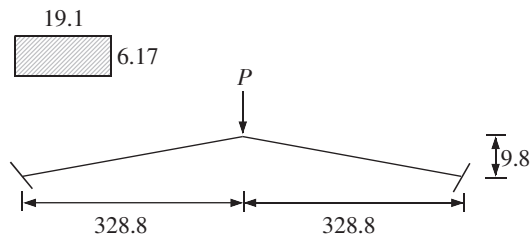


图 1 William 肘式框架 (单位:mm)

Fig.1 William frame (Unit: mm)

在分析时, 将该结构离散成 20 个 Euler-Bernoulli^[13]梁单元进行模拟,取控制点的位移增量步步长 $\bar{u}=0.1$ mm,总位移增量步 $n=180$ 即分析结构位移控制点 0 至 18 mm 的荷载-位移关系曲线,允许位移收敛误差 $\delta=10^{-4}$,在 U.L.列式下,使用 MATLAB 进行编程计算。

图 2 给出了运用传统位移控制法、位移控制新方法得到的数值分析结果与 William 试验结果之间的对比;图 3 给出了运用传统位移控制法与位移控制新方法得到的结构最终变形曲线。可见,位移控制新方法能跨越荷载-位移关系中的极值点以及结构极限强度后的软化下降段模拟,且能准确地计算出结构的荷载-位移全过程曲线。两种方法所得到的结构最终变形曲线高度吻合,证明了位移控制新方法的可行性和正确性。

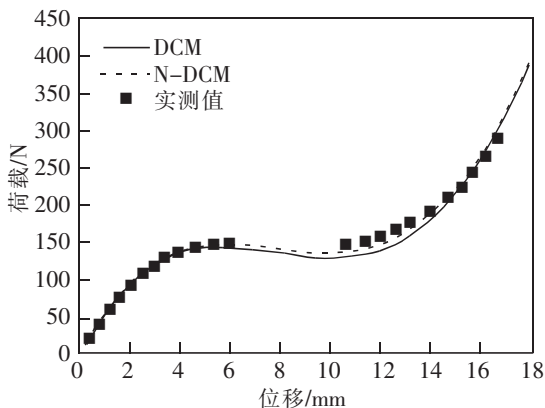


图 2 William 肘式框架荷载-位移曲线

Fig.2 The load-displacement curve for William frame

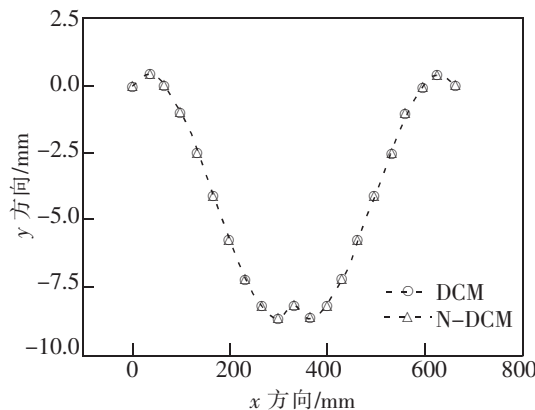


图 3 William 肘式框架变形曲线

Fig.3 The deformation curve for William frame

3.2 材料非线性

一混凝土棱柱体试件^[4]尺寸为 150 mm×150 mm×300 mm,混凝土等级为 C30,考虑材料非线性,对该构件进行非线性有限元分析。

计算分析时,采用三维纤维梁单元,沿长度方向离散成 3 个单元,截面划分成 15×15 的纤维网格,取控制点的位移增量步步长 $\bar{u}=0.1$ mm,总位移增量步 $n=24$,即分析构件应变为 0~0.008 时对应的应力大小,允许位移收敛误差 $\delta=10^{-4}$ 。混凝土的本构模型根据我国混凝土设计规范^[5],采用单轴受压应力-应变曲线。

将运用传统位移控制法和位移控制新方法得到的数值分析结果与文献[14]结果进行对比,如图 4 所示。可见,两种方法计算出的曲线与文献中曲线的吻合程度良好,且两种方法的结果高度吻合,证明了位移控制新方法的准确性和可行性;除此之外,本文在

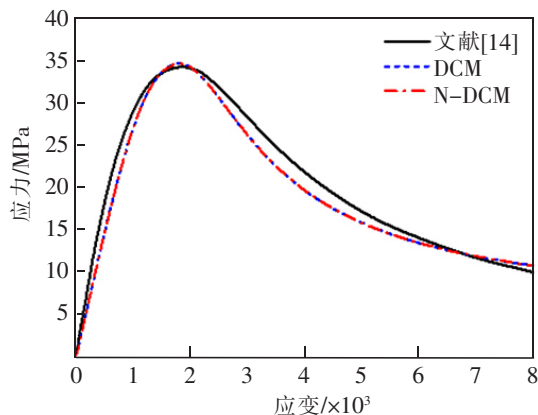


图 4 混凝土柱应力-应变曲线

Fig.4 Stress-strain curve of concrete column

利用 MATLAB 进行编程计算时,对两种方法的计算完成时间进行了测试,结果发现,传统位移控制法所需时间约为 333 s,而位移控制新方法所需时间约为 202 s,新方法近节约了 40%的时间,优化了计算过程。

4 结论

通过以上理论分析与数值模拟计算,可以得到以下结论:

- 1) 位移控制法可以模拟出结构的荷载-位移全过程非线性曲线,尤其是可以模拟出曲线含有极值点或软化下降段的情况;
- 2) 位移控制新方法不会破坏有限元刚度矩阵的对称性和带状性,且能得到稳定、精确的数值解;
- 3) 位移控制新方法较传统位移控制法更为简便实用,求解所需的计算步骤和计算时间都可以得到一定程度上的优化,节约了计算成本。

参考文献:

- [1] 王志军,刘南科. 混凝土结构非线性全过程分析中的迭代控制法研究[J]. 土木建筑与环境工程,1998,20(4):14-20.
- [2] 郑宏,李焯芬,谭国焕,等. 有限元分析的位移控制法及其应用[J]. 岩土工程学报,2002(1):81-85.
- [3] 杜柏松,葛耀君,朱乐东. 广义位移控制法在结构几何非线性分析中的应用[J]. 长沙理工大学学报(自然科学版),2006(1):35-39.
- [4] 许茂,冯加权. 负刚度结构的刚度分析[J]. 科学技术与工程,2010,10(19):4611-4613.
- [5] 李钢,李凯,余丁浩,等. 基于拟力法的负刚度非线性分析[J]. 防灾减灾工程学报,2018,38(2):216-223.
- [6] 曲激婷,胡强,宋金宝. 向量式有限元的力-位移复合控制方法[J]. 振动与冲击,2019,38(8):188-192.
- [7] ALAUKAILY A, SCOTT M H. Sensitivity analysis for displacement-controlled finite-element analyses[J]. Journal of Structural Engineering, ASCE, 2018, 144(3):04017222.
- [8] 杜修力,曹惠,金浏. 力-变位关系全过程模拟的有限元位移控制新方法[J]. 工程力学,2012,29(1):1-6.
- [9] BATHE K J, OZDEMIR H. Elastic-plastic large deformation static and dynamic analysis[J]. Computers & Structures, 1976, 6(2):81-92.
- [10] 赵红华. 基于多因素耦合影响下的空间梁弹性、材料非线性及几何非线性分析模型的研究[D]. 上海:同济大学,2003.
- [11] 殷有泉. 非线性有限元基础[M]. 北京:北京大学出版社,2007:102-107.
- [12] WILLIAMS F W. An approach to the non-linear behaviour of the members of a rigid jointed plane framework with finite deflections[J]. Quarterly Journal Of Mechanics And Applied Mathematics, 1964, 17(4):451-469.
- [13] TIMOSHENKO S. History of Strength of Materials[M]. New York:McGraw Hill, 1953:20-23.
- [14] 陈建兵,陶金聚,任晓丹,等. 基于 Copula 理论的混凝土受压本构全曲线参数相关性研究[J]. 土木工程学报,2020,53(7):52-63.
- [15] 中华人民共和国住房和城乡建设部. GB 50010-2010 混凝土结构设计规范[S]. 北京:中国建筑工业出版社,2011.

Nonlinear Numerical Simulation of Finite Element Based on A New Displacement Control Method

Chen Mengcheng, Li Jiayu

(School of Civil Engineering and Architecture, East China Jiaotong University, Nanchang 330013, China)

Abstract: In the nonlinear numerical simulation of finite element for materials, components and structures, the load increment control method is usually powerless when it is necessary to reach or pass through the peak point and the softening decent segment of special equilibrium path for load-displacement relation. In this paper, a new theory of displacement control proposed by Du Xiuli et al. is used to overcome this problem. To make a new stiffness matrix symmetric and banded, the main diagonal elements of stiffness matrix in the conventional finite element incremental equation were multiplied by a huge number, and the boundary conditions were also introduced to the finite element equation. Therefore, only a little modification was needed for the program of traditional load control method which can simplify the iterative process of calculation. Finally, the complied program MATLAB was used to analyze some practical examples. It is shown by the analysis that the method presented in the paper is not only effective, feasible, but also simple.

Key words: structural nonlinearity; finite element analysis; displacement control method