

文章编号: 1005-0523(2020)06-0049-07

# 已知起点需求和部分路段流量的交通 OD 反推模型及算法

何胜学

(上海理工大学管理学院, 上海 200093)

**摘要:**针对起点交通需求给定和部分路段流量可观测的情景,建立了交通 OD 量反推的双层规划模型。上层模型以最小化路段分配流量与观测流量之间的差异为目标。为了合理描述出行者的出行路线选择行为,下层模型采用了用户均衡交通分配模型。通过在增广拉格朗日乘子算法中嵌入一个近似 Frank-Wolfe 算法,为上层模型设计了一个合理算法。上下层的联合求解是通过在求解上层模型时,调用下层模型求解算法得到给定需求分布条件下路段分配流量来实现的。数值算例分析验证了新模型与算法的有效性。研究结果不仅拓展了现有 OD 量反推研究理论的应用场景,也为相关建模分析求解提供了新的思路方法。

**关键词:**交通流分配; OD 反推; 双层规划; 用户均衡

**中图分类号:** U491; O123

**文献标志码:** A

**本文引用格式:**何胜学. 已知起点需求和部分路段流量的交通 OD 反推模型及算法[J]. 华东交通大学学报, 2020, 37(6): 49-55.

**Citation format:** HE S X. Model and algorithm of OD demand estimation with given traffic generation quantities at origins and partial observed link flows[J]. Journal of East China Jiaotong University, 2020, 37(6): 49-55.

**DOI:** 10.16749/j.cnki.jecjtu.2020.06.007

随着各种交通检测技术的发展和交通量检测器的网络布设,获取路网中部分路段交通流量也变得比较容易<sup>[1]</sup>。出于经济角度的考虑,目前全网范围的检测器布设还不现实<sup>[2]</sup>。本文希望针对起点交通生成量已知和部分路段流量可测条件下的交通 OD 反推展开研究,提升现有研究的针对性和可行性。

交通流分配中 OD 量作为输入,直接影响分配结果的有效性<sup>[3-4]</sup>。但是由于通过交通调查得到 OD 量的复杂性和耗时性,利用已有信息对 OD 量进行反推逐渐被理论研究者 and 实践工作者重视。OD 反推大致分为静态和动态两大类<sup>[5]</sup>。静态反推研究形成了最大熵模型、最小二乘模型、最大似然模型和贝叶斯模型等。由于这些模型多假设现状 OD 矩阵已知,并通过建立 OD 量与路段流量的直接关联关系,期望推算出未来的 OD 量,因此现有模型需要的数据调查量仍然很大。动态 OD 反推是目前交通理论研究的一个重点,但是考虑到目前与之对应的动态交通流分配技术的停滞,相关研究的实用性还有待进一步证实。由于 OD 反推与交通流分配结果的密切相关,而实现网络交通流分配的计算复杂性,研究者开始着眼于如何有效利用各种现有交通规划和仿真软件实现 OD 反推<sup>[5-8]</sup>。同时研究者也开始将 OD 反推融合于其他相关研究,如路网脆弱性分析和高速公路效益评估<sup>[9-10]</sup>。与现有研究相比,本文将考虑已知起点交通生成量,而非现状 OD 矩阵,因此前期交通调查的工作量大大降低。与传统理论利用单层模型简化出行者路线选择行为相比,本文将利用双层规划理论直接将交通流分配作为下层模型,从而提升反推结果的可靠性。

本文的主要研究贡献包括: ① 在起点交通生成量已知和部分路段流量可测条件下建立了 OD 反推的优化模型; ② 基于上层约束的线性单纯性特征,设计了求解上层模型的近似 Frank-Wolfe 算法; ③ 利用微分近似处理不可导抽象函数的偏导数和采用 Armijo 搜索减少调用求解下层模型的子程序,从而提升了新算法的效率和有效性。

收稿日期: 2020-06-24

基金项目: 国家自然科学基金(71801153, 71871144); 上海市自然科学基金项目(18ZR1426200)

作者简介: 何胜学(1976—), 男, 副教授, 博士, 研究方向为交通网络建模。E-mail: lovellhe@126.com

## 1 参变量介绍与问题

### 1.1 参变量简介

$r \in O$  表示一个典型的出行起点,  $O$  为起点集合;  $s \in D$  表示一个典型的出行终点, 所有的终点构成集合  $D$ ;  $rs \in W$  表示起点和终点分别为  $r$  和  $s$  的起讫点对, 所有起讫点对构成集合  $W$ ;  $a \in A$  表示网络中一条有向路段, 所有的有向路段构成集合  $A$ ;  $\bar{A}$  表示其上交通流量可被观测得到的所有路段集合, 显然有  $\bar{A} \subseteq A$ ;  $j \in R$  表示一条连接起讫点对的可行路径, 所有可行路径的集合为  $R$ ;  $R_{rs}$  表示所有连接起讫点对  $rs$  的可行路径的集合, 显然有  $R_{rs} \in R$ ;  $x_a$  表示路段  $a$  上的交通流量;  $\bar{x}_a$  表示路段  $a \in \bar{A}$  上被观测得到的交通流量;  $f_j^{rs}$  表示连接起讫点对  $rs$  的一条路径  $j$  上的交通流量;  $t_a(x_a)$  表示路段  $a$  上交通流量为  $x_a$  时, 相关出行者途经路段  $a$  的行程时间;  $x$  表示由所有路段流量构成的路段流量向量, 也称为网络路段交通流量模式;  $f$  表示由所有路径流量构成的路径流量向量, 也称为网络路径交通流量模式;  $\delta_{aj}^{rs} \in \{0, 1\}$  用于指示路段  $a$  与路径  $j$  在拓扑上的关联关系,  $\delta_{aj}^{rs} = 1$  表明  $a$  包含于  $j$ ;  $\delta_{aj}^{rs} = 0$  表明两者无包含关系;  $q_{rs}$  表示起讫点对  $rs$  间的交通需求量,  $q$  表示由所有  $q_{rs}$ ,  $\forall rs \in W$  构成的列向量;  $q_r$  表示起点  $r \in O$  处的交通生成量。

### 1.2 问题介绍

了解起讫点对间的出行需求可以为城市规划和城市改造提供数据支持, 也是制定交通系统优化管理措施的基础。基于两个已知条件, 即起点交通生成量  $q_r$ ,  $\forall r \in O$  给定和部分路段交通流量  $\bar{x}_a$ ,  $\forall a \in \bar{A}$  观测可知, 本文希望得到网络的交通出行需求量分布  $q$  和路段交通流量模式  $x$ 。起点交通生成量可以通过基本的交通出行需求调查得到, 而部分路段的交通流量可以通过布设的各种交通检测器得到<sup>[1-2]</sup>。

为了实现上述目的, 假设出行者在选择具体出行路线时遵循 Wardrop 第一原则, 即用户均衡原则。当网络处于用户均衡状态时, 对于任意起讫点对而言, 其间所有实际被选择路径的行程时间相等且均小于或等于该起讫点对间未被使用路径的行程时间<sup>[3-4]</sup>。考虑到可观测路段的观测流量与交通分配流量会存在一定的偏差, 假设用户均衡状态下的路段流量  $x_a$  会不断的逼近  $\bar{x}_a$ ,  $\forall a \in \bar{A}$ , 但是两者间可能不完全相等。将在下一小节利用上述两个假设和两个已知条件建立对应优化模型。

## 2 双层规划模型

根据交通网络均衡状态下得到的路段流量  $x_a(q)$ ,  $\forall a \in \bar{A}$  应当与观测得到的路段流量  $\bar{x}_a$ ,  $\forall a \in \bar{A}$  相等或接近, 建立如下的上层规划模型

$$\min z(q) = \frac{1}{2} \sum_{a \in \bar{A}} [x_a(q) - \bar{x}_a] \quad (1)$$

$$\text{约束} \quad \sum_{s \in D} q_{rs} = q_r, \forall r \in O \quad (2)$$

$$q_{rs} \geq 0, \forall rs \in W \quad (3)$$

上述模型的约束(2)表示来自同一起点的交通需求量之和应当等于该起点的交通生成量; 约束(3)是交通需求量的非负约束。目标函数(1)表示在可观测路段集合上, 均衡状态下的路段流量与观测路段流量之间的误差应当越小越好。均衡状态下的  $x_a(q)$  将在给定  $q$  条件下通过下层的用户均衡模型求得。与现有的 OD 反推模型相比, 我们增加了起点交通生成量  $q_r$ ,  $\forall r \in O$  已知的约束条件(2)。该条件的增加将拓展现有 OD 反推理论的应用场景, 但也使得模型的求解变得更加复杂, 下一节将给出一种针对上述模型的有效求解算法。

满足 Wardrop 第一原则的用户均衡交通流分配下层模型给出如下

$$\min z(q, x) = \sum_{\alpha \in A} \int_0^{x_\alpha} t_\alpha(\varphi) d\varphi \quad (4)$$

约束

$$\sum_{j \in R_{rs}} f_j^{rs} = q_{rs}, \forall rs \in W \quad (5)$$

$$f_j^{rs} \geq 0, \forall j \in R_{rs}, rs \in W \quad (6)$$

$$x_a = \sum_{rs \in W} \sum_{j \in R_{rs}} f_j^{rs} \delta_{a,j}^{rs}, \forall a \in A \quad (7)$$

目标函数(4)是针对 Wardrop 第一原则构造的一个函数,其不具有直观明确的物理含义<sup>[1]</sup>。目标(4)的有效性将在随后解释出行者路线选择行为时得以证实。约束(5)表示任一给定起讫点对间所有可行路径的路径流量之和等于该起讫点对间的交通需求量。约束(6)是路径流量的非负约束。约束(7)给出了路段流量与路径流量之间的关系,即任一指定的路段流量等于途径该路段的所有路径流量之和。

下面在假设  $q$  给定条件下,利用最优化理论中的 KKT 条件分析下层模型对应的出行路线选择原则。令  $\mu_{rs}$  为对应约束(5)的拉格朗日乘子,由 KKT 条件可得如下条件成立

$$\begin{cases} f_j^{rs*} (C_j^{rs*} - \mu_{rs}) = 0 & \forall j, rs \\ C_j^{rs*} - \mu_{rs} \geq 0 & \forall j, rs \\ f_j^{rs*} \geq 0 & \forall j, rs \\ \sum_{j \in R_{rs}} f_j^{rs*} = q_{rs} & \forall rs \end{cases} \quad (8)$$

式中上标“\*”指示相关量对应模型的最优解。条件(8)中的  $C_j^{rs}$  为起讫点对  $rs$  间可行路径  $j$  的行程时间,具体计算公式如下

$$C_j^{rs} = \sum_{a \in A} t_a \delta_{a,j}^{rs} \quad (9)$$

由式(8)可知,当某路径流量大于0时( $f_j^{rs*} > 0$ ),即该路径被实际选用时,由条件  $f_j^{rs*} (C_j^{rs*} - \mu_{rs}) = 0$  可知该路径的行程时间  $C_j^{rs*}$  等于  $\mu_{rs}$ ;反之,当该路径的行程时间  $C_j^{rs*}$  大于  $\mu_{rs}$  时,由条件  $f_j^{rs*} (C_j^{rs*} - \mu_{rs}) = 0$  可知该路径流量等于0时( $f_j^{rs*} = 0$ ),即该路径未被实际采用。上述分析表明下层优化模型对应于出行者选择路径的 Wardrop 第一原则。上述分析也表明乘子  $\mu_{rs}$  对应于起讫点对  $rs$  间的最短路径行程时间。

### 3 求解算法设计

在上层目标函数(1)中,  $x_a(q)$  表示可由给定的  $q$  确定对应的路段流量  $x_a$ 。  $x_a(q)$  的实现需要求解下层的用户均衡流量分配模型。下面给出求解下层模型的经典 Frank-Wolfe 算法步骤:

步骤1:初始化。依据路段阻抗  $t_a = t_a(0)$ ,  $\forall a$ , 将各起讫点对间的给定需求  $q$  全都加载到对应的一条最短路径上,得到新的路段流量  $\{x_a^1\}$ 。更新迭代次数  $m=1$ 。

步骤2:更新路段行程时间  $t_a^m = t_a(x_a^m)$ ,  $\forall a$ 。

步骤3:方向搜索。基于广义路段行程时间  $\{t_a^m\}$ , 将  $q$  分别加载到对应的一条最短路径上,生成辅助流量  $\{y_a^m\}$ 。

步骤4:一维搜索。求解  $\min_{\alpha \in [0,1]} \sum_a \int_0^{x_a^m + \alpha(y_a^m - x_a^m)} t_a(\overline{\omega}) d\overline{\omega}$ , 得到步长  $\alpha_m$ 。

步骤5:路段流量更新。令  $x_a^{m+1} = x_a^m + \alpha_m (y_a^m - x_a^m)$ ,  $\forall a$ 。

步骤6:收敛检查。如果条件  $\sqrt{\sum_a (x_a^{m+1} - x_a^m)^2} / \sum_a x_a^m \leq \varepsilon'$  成立,算法终止,当前流量  $\{x_a^{m+1}\}$  即为均衡流

量的近似解;否则,令  $m=m+1$ ,转步骤 1。这里  $\varepsilon'$  为一较小的给定正数。

下面我们为上层模型设计一个近似 Frank-Wolfe 算法。首先,分析如何确定一个可行下降方向。由目标函数(1),可得

$$\frac{\partial z(q)}{\partial q_{rs}} = \sum_{a \in \bar{A}} \{ [x_a(q) - \bar{x}_a] \frac{\partial x_a(q)}{\partial q_{rs}} \} \quad (10)$$

根据现有研究理论可知,抽象函数  $x_a(q)$  一般具有不可导特征<sup>[11]</sup>,因此上式(10)中的偏导数  $\frac{\partial x_a(q)}{\partial q_{rs}}$  一般无法直接得到。但是我们可以利用导数的定义通过下式得到  $\frac{\partial x_a(q)}{\partial q_{rs}}$  的近似值

$$\frac{\partial x_a(q)}{\partial q_{rs}} \approx \frac{x_a(\hat{q}_{rs}) - x_a(q)}{\Delta q_{rs}} \quad (11)$$

其中  $\Delta q_{rs}$  为  $q_{rs}$  的一个微小变化量,而  $\hat{q}_{rs} = q + (0, \dots, 0, \Delta q_{rs}, 0, \dots, 0)^T$ 。将式(10)和式(11)结合,可得到上层目标函数梯度  $\nabla z(q)$  的分量  $\nabla_{rs} z(q)$  的近似值为

$$\nabla_{rs} z(q) \approx \sum_{a \in \bar{A}} \{ [x_a(q) - \bar{x}_a] \frac{x_a(\hat{q}_{rs}) - x_a(q)}{\Delta q_{rs}} \} \quad (12)$$

观察到上层模型的约束对于任意起点而言为线性单纯形(Simplex),因此可以利用 Frank-Wolfe 算法求解。依据 Frank-Wolfe 法,算法的可行下降方向  $d^k$  可按下述操作得到:

步骤 1:假设当前的交通需求迭代值为  $q^k$ ,按照(12)计算  $\nabla z(q)$ 。

步骤 2:对于任意起点  $r \in O$ ,搜索找到一个起讫点对  $rs$  满足  $\nabla z(q) = \min_{g \in D} \{ \nabla_{rg} z(q) \}$ ,令  $\tilde{q}_{rs}^k = q_r$ ;其他的  $\tilde{q}_{rs}^k = 0, \forall g \neq s$ 。

步骤 3:令对应任意起讫点对  $rs$  的可行下降方向分量  $d_{rs}^k = \tilde{q}_{rs}^k - q_{rs}^k$ ,进而得到  $d^k$ 。

由上述步骤得到的  $d^k$  将满足条件  $\sum_S d_{rs}^k = 0$  和  $d^k \nabla z(q) \leq 0$ ,因此可知  $d^k$  为可行下降方向。而具体的迭代步长  $\alpha^k$  可以利用一维搜索算法确定。为了减少调用下层模型求解算法的次数,我们将采用 Armijo 一维搜索算法。Armijo 算法中的步长  $\alpha^k = \beta^{m_k} s$ ,  $m_k$  是从小到大满足下式的第一个非负整数

$$z(q^k) - z(q^k - \beta^m s d^k) \geq -\sigma \beta^m s \nabla z(q^k)^T d^k \quad (13)$$

其中  $s, \beta$  和  $\sigma$  为满足  $0 < \beta < 1, 0 < \sigma < 1$  的给定正常数。

在给定当前迭代交通需求  $q^k$ 、搜索方向  $d^k$  和步长  $\alpha^k$  条件下,可由下式得到下一步的交通需求  $q^{k+1}$

$$q^{k+1} = q^k + \alpha^k d^k \quad (14)$$

由条件  $\sum_S d_{rs}^k = 0$  和  $\sum_S q_{rs}^k = q_r$ ,可知  $q^{k+1}$  满足约束(2),即  $\sum_S q_{rs}^{k+1} = q_r, \forall r \in O$  成立。

将上面的分析加以总结,可得到如下双层规划模型整体求解的具体步骤:

步骤 1:确定  $q^0 = \{q_{rs}^0\}$ 。将起点的交通生成量  $q_r, \forall r \in O$  按照终点的数目  $n_D$  加以平均,得到各起讫点对的初始交通需求量  $q_{rs}^0 = q_r / n_D$ ,将其作为初始  $q^0$ 。令  $k=0$ 。

步骤 2:计算新的路段交通流量。调用求解下层模型的 Frank-Wolfe 法,计算得到  $x^k = x(q^k)$ 。

步骤 3:方向搜索。利用式(11)和(12),按照前面给出的可行下降方向确定方法得到  $d^k$ 。

步骤 4:步长计算。利用 Armijo 法,依据式(13)计算得到  $\alpha^k$ 。

步骤 5:交通需求模式更新。令  $q^{k+1} = q^k + \alpha^k d^k$ 。

步骤 6:收敛检查。如果  $\alpha^k \sum_{rs} |d_{rs}^k| \leq \varepsilon$  成立,算法终止;否则,令  $k=k+1$ ,并转步骤 2。这里  $\varepsilon$  为一较小的给定正数

### 4 算例分析

本节利用 Nguyen 和 Dupuis 路网<sup>[12]</sup>来对本文提出的模型和算法加以验证。该路网包含 13 个节点,其中节点 1 和 2 为起点,3 和 4 为终点。相关节点和路段的标号已在图 1 中标示。算法的终止参数设定为  $\varepsilon=0.001$  和  $\varepsilon'=0.001$ 。上层模型算法中 Armijo 步长搜索的参数设定为  $\sigma=0.6, \beta=0.5$  和  $s=0.5$ 。设定起点 1 和 2 的交通生成量分别为 1 800 和 1 600。我们将采用常用的 BPR 函数  $t_a(x_a)=t_a^0[1+0.15(x_a/C_a)^4]$  作为路段行程时间函数。表 1 给出了各路段的自由流行程时间  $t_a^0$  和通行能力  $C_a$ 。路网中路段 5,7 和 13 构成可观测到流量的路段集合  $\bar{A}$ 。为了比较验证算法的有效性,我们分三种情景为上述 3 条路段假设不同的观测交通流量,具体分情景的观测路段流量见表 2。

利用 Java 程序语言实现上节的算法,并在 NetBeans IDE 8.0.2 环境下执行。不同情境下路段均衡流量的计算结果总结在表 1;可观测路段的计算交通流量在表 2 中列出;最终得到的 OD 交通需求量在表 3 中给出。利用节点流量守恒条件可判定表 1 中路段流量计算结果的合理性。三种情境下算法整体依次执行 9,16 和 11 次后收敛,三种情境下双层模型整体求解的运行时间均小于 0.001 s(即计算机显示执行时间为 0,小于其可给出的最小时间单位 0.001 s)。

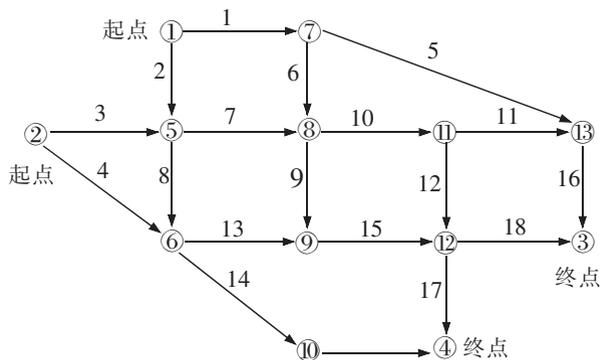


图 1 13 个节点的 Nguyen 和 Dupuis 路网  
Fig.1 Nguyen and Dupuis Network with 13 nodes

表 1 路段行程时间函数的参数和均衡流量

Tab.1 Coefficients of link travel time functions and the equilibrium flows on links

路段	$t_a^0$	$C_a$	流量			路段	$t_a^0$	$C_a$	流量		
			情景 1	情景 2	情景 3				情景 1	情景 2	情景 3
1	10	800	1 073.4	923.0	1 026.7	11	6	700	188.3	267.8	205.3
2	13	1 000	726.6	877.0	773.3	12	21	1 200	0.0	0.0	0.0
3	12	700	188.3	267.8	205.3	13	8	1 100	1 195.9	1 172.6	1 211.7
4	11	1 500	1 411.7	1 332.2	1 394.7	14	10	900	942.4	974.9	956.4
5	10	900	1 073.4	923.0	1 026.7	15	14	900	1 195.9	1 234.3	1 211.7
6	16	1 200	0.0	0.0	0.0	16	10	900	1 261.8	1 190.8	1 232.0
7	11	1 000	188.3	329.5	205.3	17	5	1 600	430.4	849.6	504.4
8	9	700	726.6	815.3	773.3	18	12	1 300	765.4	384.7	707.3
9	10	600	0.0	61.7	0.0	19	18	800	942.4	974.9	956.4
10	13	1 600	188.3	267.8	205.3						

表 2 不同情境下路段流量的观测值和计算值对比

Tab.2 Observed and calculated flows on observable links with respect to different scenarios

情景	路段流量的观测值			路段流量的计算值		
	5	7	13	5	7	13
1	900	300	1 200	1 073.42	188.34	1 195.89
2	900	140	1 200	923.02	329.51	1 172.60
3	900	300	1 300	1 026.67	205.29	1 211.69

表 3 交通需求分布结果  
Tab.3 The results of traffic distribution

情景	起讫点对			
	(1,3)	(1,4)	(2,3)	(2,4)
1	1 073	727	954	646
2	923	877	653	947
3	1 027	773	913	687

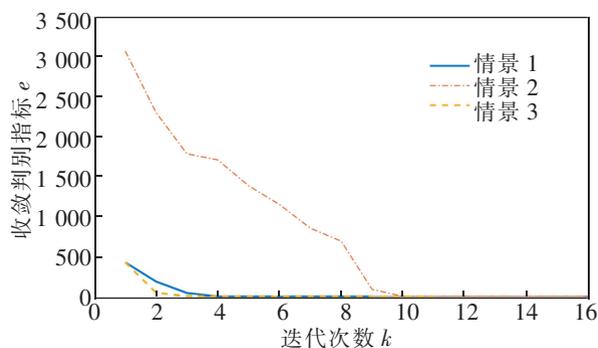


图 2 收敛判别指标  $e(k) = \alpha^k \sum_{rs} |d_{rs}^k|$  的变化情况

Fig.2 The changing values of convergence checking

$$\text{criterion } e(k) = \alpha^k \sum_{rs} |d_{rs}^k|$$

## 5 结论

在已知起点交通生成量和部分路段流量可观测条件下,推算起讫点对间的分布交通需求需要考虑出行者路线选择行为的影响。本文利用双层规划模型分别将出行者的路径选择行为和如何利用可观测路段流量构建为数学规划模型,从而实现择路行为满足用户均衡原则条件下路段的分配流量与观测流量间差异的最小化。考虑到上层模型约束的单纯形特点,为其设计了一个近似 Frank-Wolfe 算法。该近似算法中目标函数对变量的偏导数利用微分定义进行了近似处理。本研究不仅针对一类特殊的 OD 量反推问题给出了对应模型与算法,而且为处理类似问题提供了新的思路方法。

## 参考文献:

- [1] HE S X. A graphical approach to identify sensor locations for link flow inference[J]. Transportation Research Part B, 2013, 51(1): 65-76.
- [2] 何胜学,孙晶晶. 解决路网检测器布局问题的数形结合方法[J]. 交通运输系统工程与信息, 2016, 16(5): 58-63.
- [3] SHEFFI Y. Urban transportation networks: equilibrium analysis with mathematical programming methods[M]. New Jersey: Prentice-Hall, 1985.
- [4] 何胜学. 基于两阶段行程时间的交通流分配理论[J]. 交通运输系统工程与信息, 2018, 18(1): 139-144.
- [5] 郑志鹏,卢守峰,王杰. 一种基于开源软件的 OD 反推求解算法[J]. 交通科学与工程, 2015, 31(1): 98-102.
- [6] 纪魁,曹国华. 基于 OD 反推的交通需求分析方法研究[J]. 交通信息与安全, 2014, 32(3): 83-86.
- [7] 蔡军,刘锴,刘涟涟. 基于 VISUM 模型的公交 OD 反推研究——以西安市为例[J]. 交通运输系统工程与信息, 2013, 13(1): 49-56.
- [8] 李波,陈金山. 基于 OD 反推的路网承载能力分析及应用[J]. 西华大学学报(自然科学版), 2012, 31(2): 38-41.
- [9] 安实,岳家权,胡晓伟. 基于 OD 反推的城市路网脆弱性评价[J]. 大连交通大学学报, 2018, 39(1): 11-16.
- [10] 梁亚莉. OD 反推技术在高速公路效益评估中的应用研究[J]. 交通运输工程与信息学报, 2017, 15(3): 116-120.
- [11] MENG Q, YANG H, BELL M G H. An equivalent continuously differentiable model and a locally convergent algorithm for the continuous network design problem[J]. Transportation Research Part B, 2001, 35(1): 83-105.
- [12] NEUYEN S, DUPIUS C. An efficient method for computing traffic equilibria in networks with asymmetric transportation costs[J]. Transportation Science, 1984, 18(1): 185-202.

# Model and Algorithm of OD Demand Estimation with Given Traffic Generation Quantities at Origins and Partial Observed Link Flows

He Shengxue

(School of Management, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai 200093, China)

**Abstract:** To deal with the situation with given traffic demand generated from origins and partial observed link flows, a bi-level programming model of estimation of the OD demand is proposed. The upper level was designed to minimize the difference between the assigned link flows and the observed link flows. To properly describe the route choosing behaviors of travelers, the user equilibrium traffic assignment model was adopted in the lower level model. A proper algorithm was designed for the upper level model by embedding an approximate Frank-Wolfe algorithm into the augmented Lagrange multiplier algorithm. To obtain the joint solution of the bi-level model, the algorithm of lower level model with given OD demands should be called repeatedly to obtain the assigned link flow. The numerical example verified the effectiveness and efficiency of the new model and algorithm. The research result not only extends the application setting of the existing theory of estimation of OD demands, but also provides new ideas and methods to formulate and analyze the related problems.

**Key words:** traffic assignment; estimation of OD demand; bi-level programming; user equilibrium