

文章编号: 1005-0523(2025)02-0095-08



周期性无砟轨道-桥梁耦合结构弹性波传播效应分析

陈广巧

(中铁四局集团有限公司, 安徽 合肥 230023)

摘要: 为探究周期性桥上无砟轨道结构中的弹性波传播规律, 将无砟轨道-桥梁耦合结构考虑为包括钢轨、轨道板、底座板、桥梁在内的4层 Timoshenko 梁耦合模型, 利用平面波级数展开法-能量法求解其频散特性。通过与有限元仿真结果对比验证了文章方法的准确性, 而后基于该方法探究了结构刚度变化对弹性波传播的影响、阐明了频散特性中禁带的形成机理。结果表明: 0~50 Hz 内, 该结构共存在两条禁带, 且在纵向刚度较大时, 其起始频率与截止频率主要受各连接层的纵向刚度影响, 第1、2阶截止频率分别随滑动层刚度、扣件层刚度的增加而增大。研究为桥上无砟轨道结构的减振工作提供了一定的理论参考。

关键词: 无砟轨道-桥梁耦合结构; 周期结构; 弹性波; 频散特性

中图分类号: U213

文献标志码: A

本文引用格式: 陈广巧. 周期性无砟轨道-桥梁耦合结构弹性波传播效应分析[J]. 华东交通大学学报, 2025, 42(2): 95-102.

Analysis of Elastic Wave Propagation Effect of Periodic Ballastless Track-Bridge Coupling Structure

Chen Guangqiao

(China Railway No.4 Engineering Group Co., Ltd., Hefei 230023, China)

Abstract: In order to explore the elastic wave propagation pattern in the ballastless track structure on the periodic bridge, the ballastless track-bridge coupling structure is considered as a four-layers Timoshenko beam coupling model including rail, slab, bed plate and bridge. The plane wave expansion method-energy method was used to solve its dispersion characteristics. The accuracy of the proposed method was verified by comparing with the results of the finite element method. Then, based on this method, the influence of structural stiffness change on elastic wave propagation was explored, and the formation mechanism of band gap in the dispersion characteristics was clarified. The results show that there are two band gaps in the ballastless track-bridge coupling structure within 0~50 Hz, and when the longitudinal stiffness is large, the initial frequency and cut-off frequency are mainly affected by the longitudinal stiffness of each connecting layer. The first and second cut-off frequencies increase with the increase of the stiffness of the glide lamella and the stiffness of the fastener, respectively. This study provides a theoretical reference for the vibration reduction of the ballastless track structure on the bridge.

Key words: ballastless track-bridge coupling structure; periodic structure; elastic wave; dispersion characteristics

Citation format: CHEN G Q. Analysis of elastic wave propagation effect of periodic ballastless track-bridge

收稿日期: 2023-12-13

基金项目: 江西省教育厅科技项目(GJJ2200629)

coupling structure[J]. Journal of East China Jiaotong University, 2025, 42(2): 95–102.

桥上铁路作为重要的基础设施之一,在铁路运输中扮演着连接互通的关键角色。然而,随着高架铁路桥的增设和运营、交通负荷的增加和桥梁结构的复杂化,轨道、桥梁振动问题的复杂性和多样性也在不断增加。振动以弹性波的形式在轨道结构内部传播,其产生的本质原因即是弹性波的传播以及弹性波与周围介质的耦合作用^[1]。铁路桥中弹性波主要沿两个方向传播:较低频的振动沿钢轨、扣件等向下传播至轨下结构、桥梁等,影响线路周边的生产与生活;较高频则会沿钢轨纵向传播,导致波磨等危害^[2]。目前,降低轨道、桥梁结构的振动水平,保障结构安全和使用舒适性、推动交通基础设施的可持续发展已经成为铁路运维领域的热点。因此,对轨道-桥梁耦合结构的振动传播机理展开研究十分有必要。

无砟轨道、桥梁均可视为沿线路纵向无限延伸的周期性结构,其频散特性所具有的滤波特性使得弹性波在特定频段内迅速衰减而无法传播,形成禁带(带隙)。与之相反,在其余频段内弹性波可以自由传播不受影响,称之为通带^[3]。目前已有许多学者基于这一特性,对周期性铁路结构展开了研究^[4-6]。Sheng等^[7]将有砟铁路轨道简化为周期性支撑的欧拉梁模型,对其频散特性及共振特性进行了分析。研究表明,周期性轨道结构的通带和禁带的边界频率处的传播系数为0或 π ,表明在这些频率下,钢轨受到垂向简谐荷载作用将发生共振或反共振。易强等^[8]以有砟轨道结构为研究对象,证明了周期性轨道结构具有明显的带隙特征,在带隙范围内弹性

波在轨道结构中无法自由传播,且外界激励也无法向系统输入能量;通带范围内可进行能量的输入与传播。张鑫浩等^[9]则基于无限周期结构的弹性波理论,建立了浮置板轨道结构模型,通过对其频散特性进行求解与分析发现带隙特征主要受结构刚度影响。那么在对弹性波进行调控时,可通过改变结构刚度来调节禁带与通带范围来达到对弹性波的调控。相似地,冯青松等^[10-11]利用平面波级数法,获得了周期性离散支承钢轨的垂向振动带隙,并分析了结构阻尼参数、温度力等对带隙特性的影响,为轨道结构振动的控制提供了理论基础。

频散分析从波传播的角度出发,仅需建立单个元胞模型,建模工作量小、计算效率高,为研究高速铁路减振提供了一种新思路。本文将桥上无砟轨道结构简化为4层Timoshenko梁耦合模型,采用平面波级数展开法(PWE)构建满足Bloch周期边界条件的结构位移场,能量法(EM)求解无砟轨道-桥梁耦合结构的频散特性,通过能量法可将微分方程求解问题转化为泛函极值求解问题,能够降低耦合问题的求解难度。通过有限元仿真结果验证理论结果的正确性,并根据参数分析揭示了结构的刚度等对弹性波传播规律的影响,深入探究带隙的形成机理。

1 无砟轨道-桥梁耦合结构频散特性计算

1.1 4层无砟轨道-桥梁耦合结构频散特性计算模型

无砟轨道-桥梁结构由钢轨、扣件、轨道板、CA砂浆层、底座板、滑动层、桥梁等组成,如图1所示。将其简化为4层Timoshenko梁与弹簧的耦合模型,

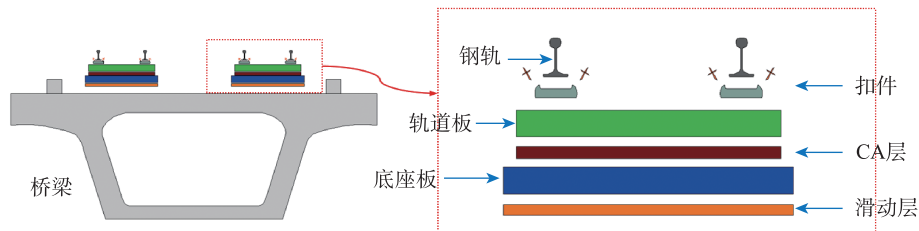


图1 无砟轨道-桥梁耦合结构模型图

Fig. 1 Model diagram of ballastless track-bridge coupling structure

又因无砟轨道结构与桥梁均可视为沿纵向无限延伸的正对称结构,那么模型建立中可考虑轨道-桥梁结构的1/2,这样既能够保证建模的准确性又能

极大简化模型。图1中虚线所框部分即是无砟轨道-桥梁耦合结构计算模型的一个元胞,具体元胞模型如图2所示,其中 l 为32.25 m。

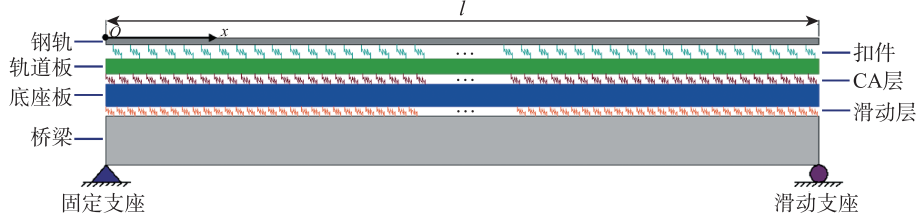


图2 无砟轨道-桥梁耦合结构元胞图

Fig. 2 Cell diagram of ballastless track-bridge coupling structure

图2中将钢轨、轨道板、底座板、桥梁均考虑为Timoshenko梁,桥梁底部左、右两端分别为固定支座、滑动支座。扣件、CA层、滑动层简化为同时考虑纵向与垂向刚度的均布弹簧。

1.2 无砟轨道-桥梁耦合结构的能量泛函

铁路、桥梁模型为复杂的耦合结构,求解较复杂,因此选用能量法求解其频散特性。上文已将各层部件均考虑为Timoshenko梁结构,在分析其结构振动时需要各层部件的纵向位移、垂向位移及截面转角位移,根据Bloch定理及平面波级数展开,其位移场可以表示为

$$\begin{cases} u_j(x) = e^{ik_x x} \sum_{n=-q}^q \alpha_n e^{i\left(\frac{2\pi n x}{l}\right)} = \xi(x) \alpha_1 \\ v_j(x) = e^{ik_x x} \sum_{n=-q}^q \beta_n e^{i\left(\frac{2\pi n x}{l}\right)} = \xi(x) \alpha_2 \\ \theta_j(x) = e^{ik_x x} \sum_{n=-q}^q \gamma_n e^{i\left(\frac{2\pi n x}{l}\right)} = \xi(x) \alpha_3 \end{cases} \quad (1)$$

式中: u_j, v_j, θ_j 分别为各层部件的纵向、垂向及转角位移($j=1, 2, 3, 4$, 分别为钢轨、轨道板、底座板、梁),展开项均为 $2q+1$ 项; i 为虚数单位; k_x 为沿 x 方向波数; $\alpha_n, \beta_n, \gamma_n$ 均为未知系数; $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 均为未知系数列向量,其表达式为

$$\begin{cases} \alpha_1 = \{\alpha_{-q}, \alpha_{-q+1}, \dots, \alpha_{q-1}, \alpha_q\}^T \\ \alpha_2 = \{\beta_{-q}, \beta_{-q+1}, \dots, \beta_{q-1}, \beta_q\}^T \\ \alpha_3 = \{\gamma_{-q}, \gamma_{-q+1}, \dots, \gamma_{q-1}, \gamma_q\}^T \end{cases} \quad (2)$$

$\xi(x)$ 为试函数行向量,表达式为

$$\xi(x) = \left\{ e^{ik_x x + i\frac{2\pi x(-q)}{l}}, e^{ik_x x + i\frac{2\pi x(-q+1)}{l}}, \dots, e^{ik_x x + i\frac{2\pi x(q-1)}{l}}, e^{ik_x x + i\frac{2\pi x q}{l}} \right\} \quad (3)$$

1.2.1 各层结构的动能与弹性势能

根据Timoshenko梁理论,钢轨、轨道板、底座板、桥梁因垂向振动、纵向振动产生的总势能、总动能可以分别表示为

$$U_{\text{all}} = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^4 \left(\int_0^l E_j A_j \left(\frac{du_j}{dx} \right)^2 dx + \int_0^l E_j I_j \left(\frac{d\theta_j}{dx} \right)^2 dx + \int_0^l k_j G_j A_j \left(\frac{dv_j}{dx} - \theta_j \right)^2 dx \right) = \frac{1}{2} \alpha^T K_{\text{all}} \alpha \quad (4)$$

$$\begin{aligned} V_{\text{all}} &= \frac{\omega^2}{2} \sum_{j=1}^4 \int_0^l (\rho_j A_j u_j^2 + \rho_j A_j v_j^2 + \rho_j I_j \theta_j^2) dx \\ &= \frac{\omega^2}{2} \alpha^T M_{\text{all}} \alpha \end{aligned} \quad (5)$$

式中: $U_{\text{all}}, V_{\text{all}}$ 与 $K_{\text{all}}, M_{\text{all}}$ 分别为各层结构的总弹性势能、总动能及其对应刚度矩阵与质量矩阵; ω 为振动圆频率; $E_j, I_j, k_j, G_j, A_j, \rho_j$ 分别为各层结构的弹性模量、截面惯性矩、剪切系数、剪切模量、横截面积、密度; $G_j = E_j / 2(1 + \mu_j)$, μ_j 为第 j 层的泊松比; $\alpha^T = \{\alpha_1^T, \alpha_2^T, \alpha_3^T\}$ 。

1.2.2 层间连接弹簧的弹性势能

钢轨与轨道板间由扣件连接,将扣件简化为均布支撑弹簧,那么根据扣件处钢轨与轨道板的位移差,便可得到扣件产生的弹性势能。与扣件层相似,轨道板与底座板间的砂浆层、底座板与梁体之间的滑动层为均布支撑,二者皆可简化为均布弹簧。那么,3层均布弹簧层因振动产生的弹性势能可以表示为

$$\begin{aligned} U_{\text{allc}} &= \frac{1}{2} \left[k_{u(j+1)} (u_j - u_{j+1})^2 + k_{v(j+1)} (v_j - v_{j+1})^2 \right] \\ &= \frac{1}{2} \alpha^T K_{\text{allc}} \alpha \end{aligned} \quad (6)$$

式中: $k_{u(j,j+1)}$, $k_{v(j,j+1)}$ 分别为第 j 层与第 $j+1$ 层间均布弹簧的纵向刚度与垂向刚度; $k_{u(1,2)}$, $k_{u(2,3)}$, $k_{u(3,4)}$ 分别为扣件层、CA 层、滑动层的纵向刚度; $k_{v(1,2)}$, $k_{v(2,3)}$, $k_{v(3,4)}$ 分别为扣件层、CA 层、滑动层的垂向刚度; U_{allc} 与 $\mathbf{K}_{\text{allc}}$ 分别为各层间连接弹簧的总弹性势能及其对应刚度矩阵。

1.2.3 梁底支撑势能

本文中梁底部左端为固定支座、右端为滑动支座,则其支撑边界产生的弹性势能为

$$U_b = \frac{1}{2} (k_{bu} u_4(0)^2 + k_{bv} v_4(0)^2 + k_{bu} u_4(l)^2) \quad (7)$$

$$= \frac{1}{2} \boldsymbol{\alpha}^T \mathbf{K}_b \boldsymbol{\alpha}$$

式中: k_{bu} , k_{bv} 分别为模拟梁底部边界条件弹簧的纵向刚度与垂向刚度; U_b 与 $\mathbf{K}_b$ 分别为梁底支撑弹性势能及其对应刚度矩阵。

1.2.4 系统总能量泛函

将各部分的能量泛函组合起来,便可得到图 1 所示模型的总能量泛函为

$$\Pi = V_{\text{all}} - U_{\text{all}} - U_{\text{allc}} - U_b \quad (8)$$

1.3 运动特征方程

对总能量泛函 Π 变分求解,上述轨道-桥梁耦合结构的振动问题便转化为特征值求解问题,运动特征方程如下

$$[\mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{M}] \boldsymbol{\alpha} = \mathbf{0} \quad (9)$$

式中: $\mathbf{K} = \mathbf{K}_{\text{all}} + \mathbf{K}_{\text{allc}} + \mathbf{K}_b$; $\mathbf{M} = \mathbf{M}_{\text{all}}$ 。此时,通过扫描第一不约布里渊区 $[-\pi/l, \pi/l]$ 波数 k_x ,便可得到周期性无砟轨道-桥梁耦合结构的频散特性。

2 频散特性验证

以周期性无砟轨道-桥梁结构为研究对象,根据表 1 中参数建立如图 2 所示的 4 层耦合结构的元胞模型,利用平面波展开法-能量法对其频散特性进行求解^[12-13]。为保证计算结果的准确性,选用有限元软件 (COMSOL Multiphysics) 求解结果作为仿真验证。首先,建立一个有限长的无砟轨道-桥梁耦合模型元胞,赋予钢轨两端 Floquet 周期边界条件,轨道板、底座板两端为自由边界。桥梁底部两端分别设为固定支座约束、滑动支座约束;其次,根据周期边界条件输入波数,便可求得频散特性,将文章方法与有限元结果对比如图 3 所示。

表 1 无砟轨道-桥梁耦合结构主要参数表

Tab.1 Main parameters table of ballastless track-bridge coupling structure

结构计算参数		数值
钢轨	弹性模量/GPa	206
	密度/(kg/m ³)	7 850
	泊松比	0.3
	宽×高/m ²	2.55×0.20
轨道板	弹性模量/GPa	34
	密度/(kg/m ³)	2 500
	泊松比	0.2
	宽×高/m ²	2.95×0.20
底座板	弹性模量/GPa	34
	泊松比	0.2
	密度/(kg/m ³)	2 500
	宽×高/m ²	6×2
桥梁	弹性模量/GPa	34.5
	泊松比	0.2
	密度/(kg/m ³)	254 9
	宽×高/m ²	6×2

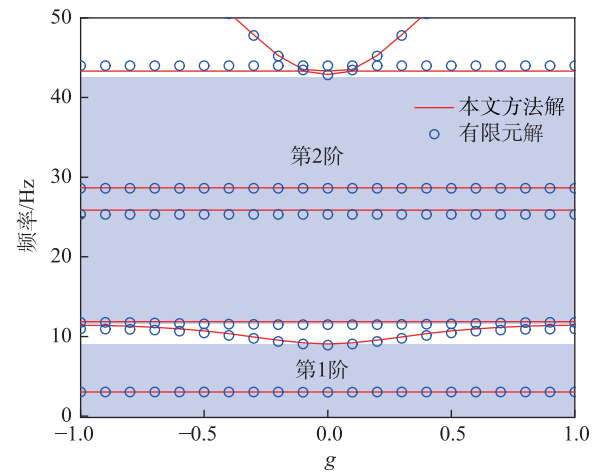


图 3 无砟轨道-桥梁耦合结构频散特性图

Fig. 3 Dispersion characteristics of ballastless track-bridge coupling structure

为便于后文的分析,在此处引入无量纲参数 g ($g = k_x l / \pi$), $k_x \in [-\pi/l, \pi/l]$, 因此 g 的取值范围为 $[-1, 1]$ 。观察图 3 可知,在 0~50 Hz 内本文方法求得的频散特性曲线与有限元解的曲线趋势、频率范围都高度一致。图 3 中已用阴影将两阶禁带标明: 0~9.06 Hz, 11.39~42.90 Hz。两种方法求解频段范围如表 2 所示,二者对应频率的最大误差值不超过 5%,这也证明了本文方法求解无砟轨道-桥梁耦合结构频散特性的准确性。

表2 不同方法计算无砟轨道-桥梁耦合结构
频散特性对比表

Tab.2 Comparison of dispersion characteristics of
ballastless track-bridge coupling structure calculated by
different methods

阶数	本文方法/Hz	有限元/Hz
第1阶	0~9.06	0~8.92
第2阶	11.39~42.90	10.95~42.85

采用有限元软件进行求解时,为满足计算精度需对结构进行网格划分,越复杂的耦合结构需划分的网格数也就越多。对无砟轨道-桥梁耦合结构的频散特性求解时,共将其划分为209 148个单元,计算耗时1 125 s。值得强调的是,本文方法利用MATLAB编程软件对其频散特性进行求解仅需28 s,证明了计算的快速性和高效性。这一优势意味着该方法可以用来快速地确定桥上轨道结构中需减振的频段,评估减振措施的减振效果,为工程实践提供便利和指导,有望在轨道交通的振动控制工程方面发挥重要作用。

3 结构刚度参数分析

为了进一步研究轨道结构参数对频散特性的影响,以便针对特定频段的减振要求而对轨道结构进行参数优化,本节将采用控制变量法,其余参数不变的情况下,分别分析扣件刚度、CA层刚度以及滑动层刚度变化对轨道结构频散特性的影响。

3.1 扣件刚度

扣件作为轨道结构中的重要连接部件,其刚度直接影响着钢轨与下方结构之间的耦合强度,进而影响着弹性波在轨道结构内部的传播与衰减特性。为分析扣件刚度对结构垂向振动传播的影响,在其他参数不变的情况下,将扣件纵向刚度由 $2.4 \times$

10^7 N/m^2 增至 $4.9 \times 10^7 \text{ N/m}^2$,相应地将扣件垂向刚度由 $7.5 \times 10^6 \text{ N/m}^2$ 增至 $1 \times 10^7 \text{ N/m}^2$,得到扣件刚度增加对周期性轨道-桥梁结构频散特性的影响如图4所示。

观察图4(a),可以看到扣件刚度的增加对第1阶禁带的截止频率几乎无影响;由图4(b)可以看到,随着扣件刚度的增加,第2阶禁带的起始频率由11.39 Hz上升至11.86 Hz,涨幅仅为4%,在实际的工程案例中可将其对第2阶禁带起始频率的影响忽略不计;由图4(c)可知,在扣件刚度的增长量相同时,第2阶带隙截止频率受扣件刚度变化的影响最为显著,其频率由42.90 Hz上升至47.32 Hz,宽度拓宽了4.42 Hz。这一变化在针对特定频段的振动控制中具有重要的参考意义。在频率范围为40~50 Hz的减振工程中,可优先考虑对扣件参数进行优化。

3.2 CA层刚度

在结构内部其余参数均保持不变的情况下,将CA层刚度的纵向刚度、垂向刚度分别由 $1.7 \times 10^8 \text{ N/m}^2$ 、 $9.0 \times 10^7 \text{ N/m}^2$ 增至 $4.2 \times 10^8 \text{ N/m}^2$ 、 $1.15 \times 10^8 \text{ N/m}^2$,并利用本文方法求解其对结构频散特性的影响。图5给出了CA层刚度变化对各阶起始、截止频率的影响。

通过观察图5(a)、5(b)和5(c),我们可以清楚地看到CA层刚度变化对弹性波传播的影响。首先,由图5(a)、5(b)可以看到第1阶禁带的截止频率、第2阶禁带的起始频率对CA层刚度变化的敏感度较低,这说明CA层刚度变化对低频弹性波传播的影响较小。其次,当CA层刚度增加时,第2阶截止频率仅从42.90 Hz增长到43.61 Hz,增长幅度仅为1.66%,这也进一步证实了CA层刚度对低频范围内的弹性波传播影响较小。

3.3 滑动层刚度

在其余参数均保持不变的情况下,滑动层刚度

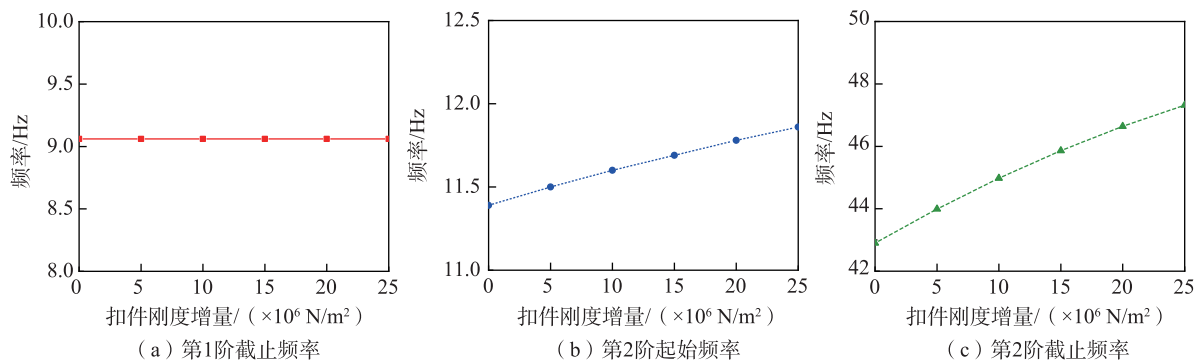


图4 扣件刚度变化对无砟轨道-桥梁耦合结构频散特性影响图

Fig. 4 Influence of fastener stiffness change on the dispersion characteristics of ballastless track-bridge coupling structure

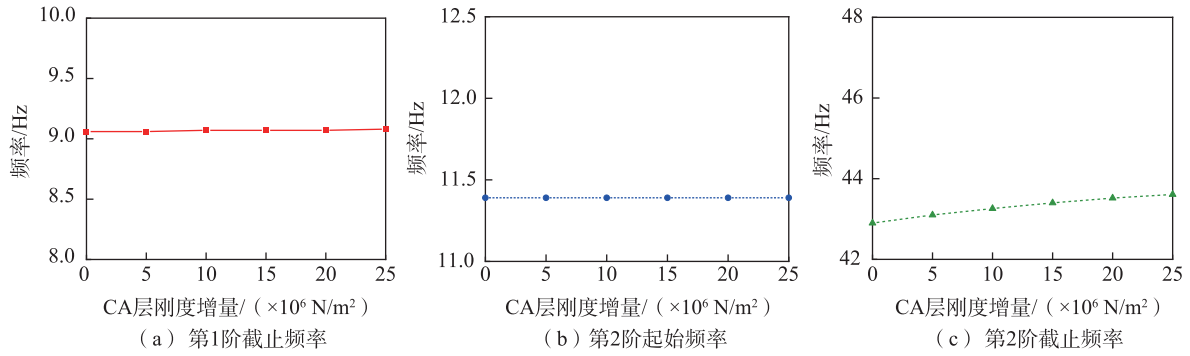


图5 CA层刚度变化对无砟轨道-桥梁耦合结构频散特性影响图

Fig. 5 Influence of CA layer stiffness on the dispersion characteristics of ballastless track-bridge coupling structure

变化对频散特性的影响如图6所示。图6给出了滑动层纵向刚度、垂向刚度分别由 1.5×10^{12} N/m²、 1.2×10^7 N/m² 增至 4.0×10^{12} N/m²、 3.7×10^7 N/m² 时的结构频散特性图。

从图6(a)的结果中清晰可见,滑动层刚度变化对第1阶带隙截止频率的影响较大,其频率由9.06 Hz变为15.32 Hz,这表明滑动层刚度对于无砟轨道-桥梁耦合结构中第1阶截止频率有显著的调控作用。进一步观察图6(b)中的结果,滑动层刚度的变化同样对第2阶起始频率产生了显著影响,从11.39 Hz增加至17.12 Hz。这进一步强调了滑动层刚度对结构中低频弹性波传播的关键作用。然而,与此相对比,由图6(c)可知第2阶截止频率对滑动层刚度的变化不敏感。综合可知,在20 Hz以下的频率范围内,滑动层刚度的变化会对无砟-桥梁耦合结构的弹性波行为产生显著影响,这为该频段内的减振工作提供了理论支撑。

4 带隙机理分析

桥上轨道结构作为大型的复杂结构,轨道结构

内部、轨道与桥梁之间的耦合使得波在各部件间相互传播。为深入研究弹性波在复杂耦合结构内部的传播规律,本节将对0~50 Hz的带隙形成机理进行分析。既有研究已证明周期性轨道结构中同时存在局域共振带隙和布拉格带隙,其中,局域共振带隙约在300 Hz以下,布拉格带隙一般在1 000 Hz以上。那么,本文所求得两阶带隙应均为局域共振带隙^[14-15]。为进一步证明该观点,根据周期性无砟轨道-桥梁耦合结构的结构特征、材料特性等,将其带隙起始、截止频率对应的振动模态简化为如图7所示的“质量-弹簧”模型^[16]。

图7中, k_1, k_2, k_3 分别为扣件、砂浆层、滑动层的等效纵向刚度与垂向刚度, m_1, m_2, m_3 分别为钢轨、轨道板、底座板的等效质量, m_4 为桥梁的等效质量,在计算时取 m_4 为一个极大值。那么根据图7可以得到特征频率的关系式如下

$$\begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 & 0 \\ -k_2 & k_2 + k_3 & -k_3 \\ 0 & k_1 + k_2 & k_3 \end{bmatrix} - \omega^2 \begin{bmatrix} m_1 & & \\ & m_2 & \\ & & m_3 \end{bmatrix} = 0 \quad (10)$$

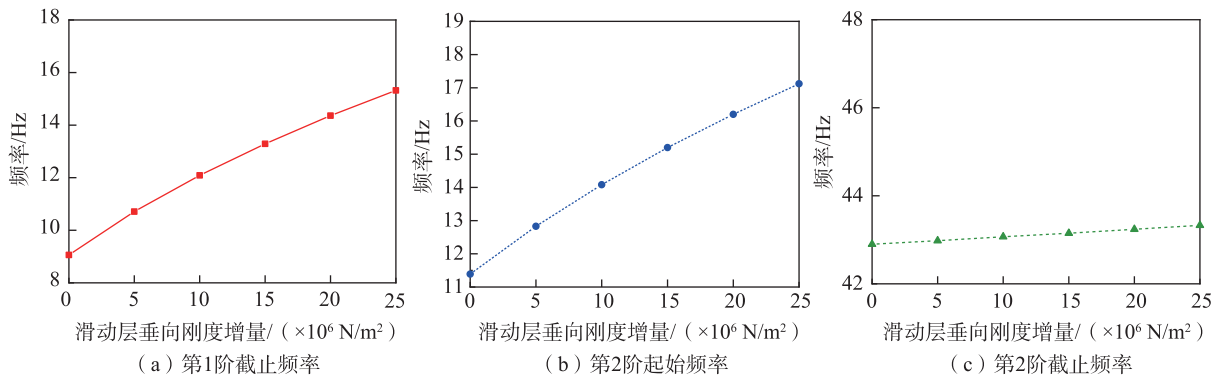


图6 滑动层刚度变化对无砟轨道-桥梁耦合结构频散特性影响图

Fig. 6 Influence of glide lamella stiffness on the dispersion characteristics of ballastless track-bridge coupling structure

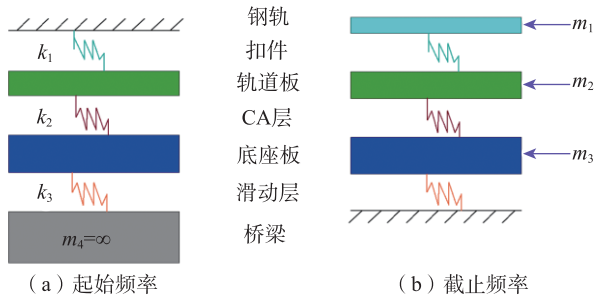


图7 周期性无砟轨道-桥梁耦合结构局域共振带隙形成机理分析模型图

Fig. 7 Analysis model diagram of local resonance band gap formation mechanism of periodic ballastless track-bridge coupling structure

$$\begin{bmatrix} k_1 & -k_1 & 0 \\ -k_1 & k_1+k_2 & -k_2 \\ 0 & -k_2 & k_2+k_3 \end{bmatrix} - \omega^2 \begin{bmatrix} m_2 & & \\ & m_3 & \\ & & m_4 \end{bmatrix} = 0 \quad (11)$$

而后,将各参数分别带入式(10)、式(11)求解特征频率。再根据 $\omega=2\pi f$, 便可以得到各阶局域共振带隙的起始频率和截止频率。表3中给出了PWE-EM的计算结果与本节应用动力学特性估算所得值的对比。由表3可知,采用纵向刚度时的估算值与所求结果一致,由纵向振动产生的第1阶带隙截止频率出现在54.30 Hz,这表明在纵向刚度较大时,周期性无砟轨道-桥梁耦合结构内0~50 Hz的带隙主要源于纵向振动。除此之外,两种方法计算结果的高度吻合,也更进一步证明了本文方法求解周期性无砟轨道-桥梁耦合结构频散特性的准确性。

表3 无砟轨道-桥梁耦合结构带隙频率计算值与估算值对比表

Tab.3 Comparison of calculated and estimated values of band gap frequency of the ballastless track-bridge coupling structure Hz

阶数	本文方法	估算值 k_v	估算值 k_u
第1阶	0~9.06	0~9.11	0~54.30
第2阶	11.39~42.90	11.90~42.89	62.10~84.40

注: k_u 为仅考虑纵向刚度, k_v 为仅考虑垂向刚度。

5 结论

利用平面波展开法-能量法,建立了4层 Timoshenko 梁模型,对周期性无砟轨道-桥梁耦合结构的频散特性进行了求解,对其结构参数、带隙形成机理进行了分析,主要结论如下。

1) 通过文章方法求解得到在0~50 Hz范围内,周期性无砟轨道-桥梁耦合结构中共存在两阶带隙:0~9.06 Hz、11.39~42.90 Hz。

2) 随着扣件刚度增加,第2阶带隙的截止频率相应增加;CA层刚度变化对于0~50 Hz内的弹性波传播影响较小,几乎可忽略不计;滑动层刚度变化主要影响着第1阶带隙,第1阶带宽随着滑动层刚度的增加而增加。

3) 根据带隙形成机理分析,0~50 Hz内的两阶带隙均为局域共振带隙。且在纵向刚度较大时,二者起始频率与截止频率主要受纵向刚度影响,随其增加而增大。

参考文献:

- [1] NORTON M P, KARCZUB D G. Fundamentals of noise and vibration analysis for engineers[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 2003.
- [2] 刘存真, 李莉, 卜征, 等. 不同轨道结构对地铁车内噪声影响实验研究[J]. 铁道标准设计, 2021, 65(1): 154-159.
LIU C Z, LI L, BU Z, et al. Experimental study on the influence of different track structures on metro vehicle interior noise[J]. Railway Standard Design, 2021, 65(1): 154-159.
- [3] 温激鸿, 王刚, 郁殿龙, 等. 声子晶体振动带隙及减振特性研究[J]. 中国科学(E辑:技术科学), 2007, 37(9): 1126-1139.
WEN J H, WANG G, YU D L, et al. Study on vibrational band gap and vibration reduction characteristics of phononic crystals[J]. Science in China Press (Series E: Technological Sciences), 2007, 37(9): 1126-1139.
- [4] ZHAO C Y, GENG M J, WANG Y Z, et al. Vibration band gap characteristics of high-speed railway ballasted track structure and their influence on vibration transmission[J]. Journal of Central South University, 2023, 30(8): 2740-2756.
- [5] 姜博龙, 刘维宁, 马蒙, 等. 基于 Bloch-Floquet 理论的周期性排桩在轨道交通隔振中的应用研究[J]. 铁道学报, 2018, 40(3): 146-152.
JIANG B L, LIU W N, MA M, et al. Application of periodic pile in vibration isolation of rail transit based on Bloch-Floquet theory[J]. Journal of the China Railway Society, 2018, 40(3): 146-152.
- [6] JIN H, WANG H Y, LI Z, et al. Vibration-reduction opti-

- mization of the point-supporting floating-slab track based on local resonance mechanism[J]. Journal of Vibration and Control, 2023, 29(5/6): 1176-1190.
- [7] SHENG X, LI M H. Propagation constants of railway tracks as a periodic structure[J]. Journal of Sound and Vibration, 2007, 299(4/5): 1114-1123.
- [8] 易强, 王平, 赵才友, 等. 有砟轨道结构弹性波传播特性研究[J]. 铁道学报, 2019, 41(6): 137-145.
- YI Q, WANG P, ZHAO C Y, et al. Study on elastic wave propagation on properties of ballast track structure[J]. Journal of the China Railway Society, 2019, 41(6): 137-145.
- [9] 张鑫浩, 赵才友, 易强, 等. 周期性浮置板轨道弹性波传播行为及波动效应[J]. 中国铁道科学, 2023, 44(3): 34-42.
- ZHANG X H, ZHAO C Y, YI Q, et al. Propagation behavior and wave effect of the track elastic wave of periodic floating plate[J]. China Railway Science, 2023, 44(3): 34-42.
- [10] 冯青松, 廖宝亮, 郭文杰, 等. 基于能量泛函变分原理的无砟轨道垂向振动带隙分析[J]. 铁道学报, 2022, 44(7): 98-106.
- FENG Q S, LIAO B L, GUO W J, et al. Band-gap analysis of vertical vibration of ballastless track based on energy functional vibrational principle[J]. Journal of the China Railway Society, 2022, 44(7): 98-106.
- [11] 冯青松, 杨舟, 郭文杰, 等. 周期离散支承钢轨垂向振动带隙特性分析[J]. 中国科学: 技术科学, 2020, 50(12): 1563-1576.
- FENG Q S, YANG Z, GUO W J, et al. Analysis of vertical vibration band gap characteristics of periodic discrete support rail[J]. Scientia Sinica Technologica, 2020, 50(12): 1563-1576.
- [12] 余建, 蒋丽忠, 周旺保, 等. 横向随机地震下震致轨道几何不平顺的功率谱密度曲线研究[J]. 土木工程学报, 2022, 55(2): 61-72.
- YU J, JIANG L Z, ZHOU W B, et al. Study on power spectral density curve of track geometric irregularity under lateral random earthquake[J]. China Civil Engineering Journal, 2022, 55(2): 61-72.
- [13] 周旺保, 贾益铭, 张云泰, 等. 基于简化模型的不等高墩CRTS II 板式无砟桥-轨系统地震研究[J]. 铁道科学与工程学报, 2023, 20(7): 2361-2371.
- ZHOU W B, JIA Y M, ZHANG Y T, et al. Seismic study of CRTS II slab ballastless bridge rail system with unequal pier based on simplified model[J]. Journal of Railway Science and Engineering, 2023, 20(7): 2361-2371.
- [14] WANG P, YI Q, ZHAO C Y, et al. Wave propagation in periodic track structures: band-gap behaviours and formation mechanisms[J]. Archive of Applied Mechanics, 2017, 87(3): 503-519.
- [15] WANG P, YI Q, ZHAO C Y, et al. Elastic wave propagation characteristics of periodic track structure in high-speed railway[J]. Journal of Vibration and Control, 2019, 25(3): 517-528.
- [16] CHEN M, MENG D, ZHANG H, et al. Resonance-coupling effect on broad band gap formation in locally resonant sonic metamaterials[J]. Wave Motion, 2016, 63: 111-119.



通信作者: 陈广巧(1978—), 男, 工程师, 研究方向为城市轨道交通。E-mail: 695116233@qq.com。

(责任编辑: 吴海燕)